STATISTICS

علــم الإحصـــاء

مصطفى زايد
دكتوراه في الإحصاء - بحوث عمليات

٢٠٠٤

رقم الإيداع
٢٠٠٤ / ٣١٧٤

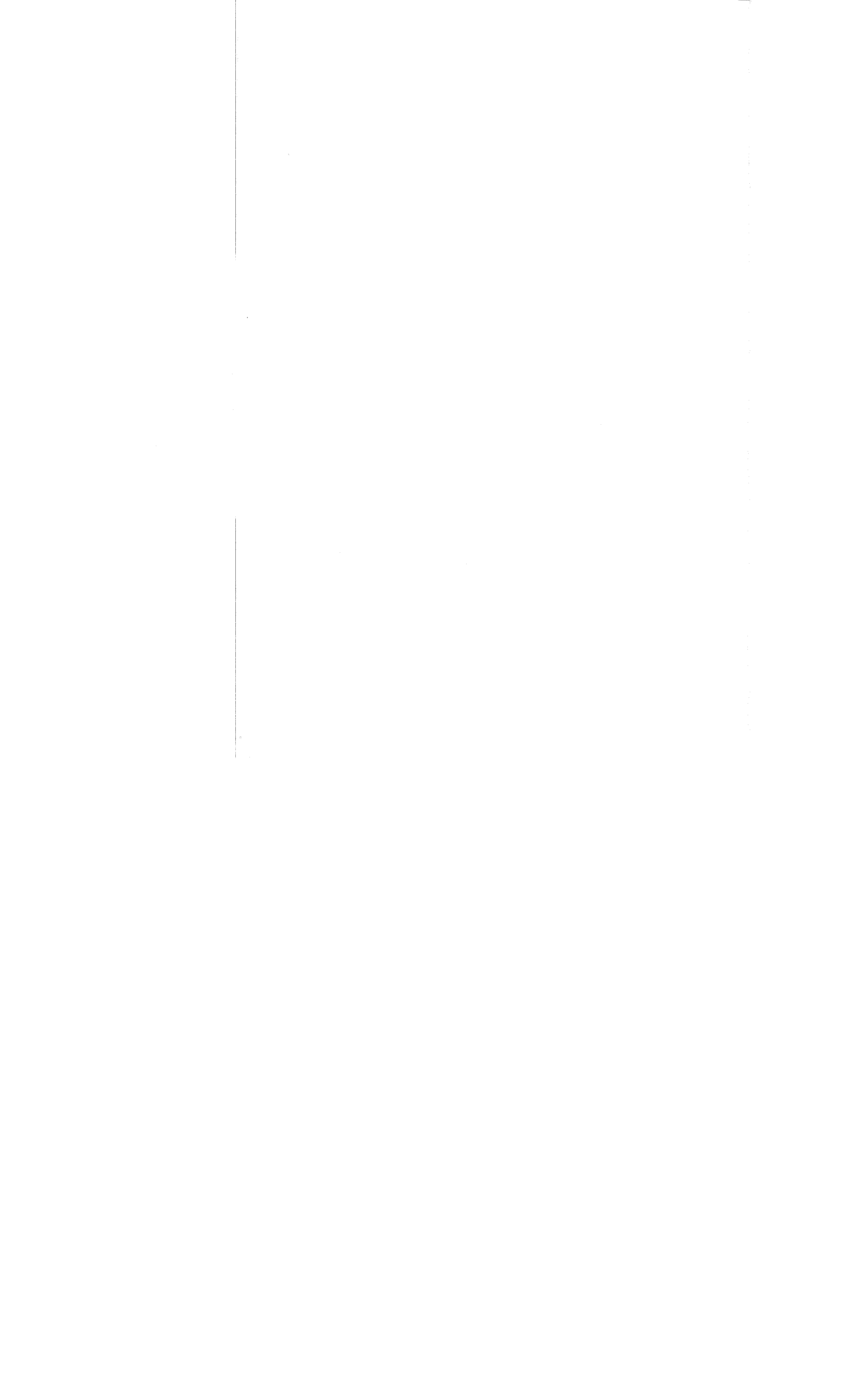
مطابع الدار الهندسية/القاهرة
تليفون/فاكس : (٢٠٢) ٥٤٠٢٥٩٨

إلى أولادى الأعزاء

عمرو

طارق

أحمد



تقديـــــــــــــم

تقاس درجة تقدم العلوم بمدى إعتمادها على الرياضيات ؛ و يزداد دور الإحصاء بصفة خاصة فى العلوم التى تغلب عليها الطبيعة الإحتمالية ،ومنها العلوم الحيوية ، الطبية،الزراعية،الاجتماعية والاقتصادية والإدارية والمحاسبية.ذلك أن الإحصاء يعد الأساس فى إعمال المنطق ومناهج البحث العلمى وحل المشاكل؛ وقد أصبح ضرورة مطلقة فى المناهج المقررة فى كل التخصصات ،و دون إستثناء.

الكتاب يعد **البنية الأساسية** المطلوبة للإنتفاع من العلم ، ويوضح أهمية الإحصاء وإستخداماته فى كافة المجالات ، وذلك من خلال عرض شامل للعلم ووظائفه، كما يحوى عدد كبيرمن الأساليب الإحصائية مع تصنيفها تبعاً لمستوى قياس المتغيرات، وقد روعىعرض عدد كبيرمن **التطبيقات المحلولة** في مختلف المجالات ، كما أن بعض هذه الأساليب يظهر **لأول مرة** بالمراجع العربية .

والكتاب **ثمانية أبواب وملحق** : الباب **الأول** يوضح معنى علم الإحصاء ودوره ؛ الثانى يوضح طرق جمع البيانات ؛ الثالث يعرض مقاييس وصف متغير وحيد؛ الباب الرابع: وصف العلاقة بين متغيرين، ويعرض الجداول المزدوجة ومقاييس الإرتباط وأساليب التقدير؛الباب الخامس:وصف العلاقة بين عدة متغيرات ويعرض الإرتباط المتعدد والسببية ؛ الباب السادس يعرض نظرية الإحتمالات؛الباب السابع مخصص للإستقراء ،ويتناول منطق الإستقراء،منطق التقدير،منطق إختبارات الفروض،أساليب الإستقراء؛الباب الثامن فى صنع القرارات .

القاهرة ،يناير ٢٠٠٤ **دكتور مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد**

المحـــــتويات (مختصر)

المحـــــــتويات(تفصيلى)

الفصل العاشر : مقاييس التشتت ١١٨

الفصل الحادى عشر:مقاييس المركز النسبى ١٣١

الفصل الثانى عشر : الأرقام القياسية ١٤١

الباب الرابع : وصف العلاقة بين متغيرين ١٥٠

الفصل الرابع والعشرون : أساليب الإستقراء ٣٢٧

الباب الأول

مقدمة

يعرض الباب لطبيعة علم الإحصاء ،ووظائفة ، وأهميته ، وبعض التعاريف والمصطلحات الأساسية

الفصل الأول: علم الإحصاء

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

١-٢ تطور علم الإحصاء

١-٣ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس

١-٤ برامج الكمبيوتر الإحصائية

الفصل الثانى:أهمية الإحصاء

٢-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى

٢-٢ دور الإحصاء فى تطوير العلوم

٢-٣ تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

الفصل الأول

علم الإحصاء

١-١ علم الإحصاء ووظائفه

كلمة إحصاء Statistics لها ثلاث معان :

١ **الإحصاءات** أو البيانات ، مثل إحصاءات السكان والمواليد والصادرات ،..

٢ **المؤشرات المحسوبة من عينة**

٣ **علم الإحصاء :**

هو فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو جمع البيانات ، وصف البيانات ، الإستقراء ، صنع القرارات .

وينتمى الإحصاء أيضا لمجال أوسع يعرف بالأساليب الكمية Quantitative Techniques ، وهذا مصطلح مركب ، يتميز بإستخدام الأرقام والرموز والدوال الرياضية والمقاييس والجداول والرسوم البيانية ،.... ومعظم هذه الأساليب يدخل فى ساحة الرياضيات وفروعها ، وخاصة الإحصاء والإ حتمالات وبحوث العمليات .

ولمزيد من التحديد يمكن القول بأن علم الإحصاء هو **فرع من الرياضيات**

موجه للحالات التى تتضمن **الإحتمال وعدم التأكد** .

جمع البيانات

يتم بعدد من الأساليب حسب طبيعة العمل أو البحث ، فقد يكون عن طريق الملاحظة أو التجربة أوالمسح وغالبا تستخدم المعاينة العشوائية(الإحصائية أو الإحتمالية)فى جمع البيانات ،بد يلا عن دراسة المجتمع بالكامل وذلك للعديد من الإعتبارات الإقتصادية والعملية

والمعاينة العشوائية هى عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو إحتمال (يمكن حسابة) للظهور فى العينة .

وصف البيانات

يقدم علم الإحصاء من خلال هذه الوظيفة عدد كبير من الأساليب ، بما يعين على الفهم والتحليل والتفسير . وتقسم هذه الأساليب إلى ثلاث مجموعات :
وصف متغير[1] ، وصف العلاقة بين متغيرين[2] ،وصف العلاقة بين عدة متغيرات[3]

الإستقراء

عملية تمكن من وصف المجتمع (التعميم) باستخدام عينة منة ، و تقدم لنا تقييما عن مدى دقة هذا الإستقراء ، وأكثر من ذلك فهى تمكن من التحكم فى ستوى الدقة [4] .

صنع القرارات

---

[1] الاساليب معروضة فى الباب الثالث
[2] الاساليب معروضة فى الباب الرابع
[3] الاساليب معروضة فى الباب الخامس
[4] الاساليب معروضة فى الباب التاسع

هذة الوظيفة تتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ،تكلفة ، وقت ، .....
) يراد تحقيقة وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقى [1].

١-٢ تطور علم الإحصاء

تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة، وتم ذلك بجهود كثيرة من العلماء من تخصصات مختلفة. وكان التطور بطيئا حتى جاء **القرن العشرين** ليشهد معدلا هائلا للتطورفى مجالات كثيرة.

ولقد كان التطور فى علم الاحصاء بصفة عامة ملازما وموازيا للتطور فى **نظرية الاحتمالات**. فقد نشأت نظرية الاحتمالات على أساس رياضى منذ عا م١٤٩٤. غير أن التاريخ الحقيقى لنظرية الاحتمالات بدأ فى القرن السابع عشر حيث وضعت اسسها فى ١٦٤٥ بواسطة كل من العالمان :باسكال Pascal عالم الرياضيات والفيزياء والفليسوف الفرنسى وكذا العالم فرمات Fermat.وقد ظهر اهتمام كبير بتطبيق النظريات والطرق الإحصائية فى العلوم الاجتماعية فقد أوضح **كيتلية** (١٧٩٦-١٨٧٤) عالم الفلك الاجتماعى ءالبلجيكى إمكان استخدام الاحتمالات والاحصاء لوصف وتفسير الظواهر الاجتماعية والاقتصادية وقدم مساهمات هامة فى الطرق الاحصائية وفى تنظيم وإدارة الاحصاءات الرسمية . وقد ساهم عالم من النفس الانجليزى **جالتون** Galton (١٨٢٢-١٩١١) فى تطبيق الطرق الاحصائية فى علم النفس ووضع أساس علم القياس النفسى Psychometrics وبدأ دراسة موضوع الارتباط

---

[1] الأساليب معروضة فى الباب الثامن

والانحدار الذى اهتم به وطوره بعد ذلك عالم الاحصاء الانجليزى كارل **بيرسون** (١٨٥٧-١٩٣٦) Pearson,K بالإضافة إلى مساهمات أخرى هامه.

ولقد كان التطور فى علم الاحصاء أيضا ملازما للتطورفى المناهج المنطقية للمعرفة العلمية . فقد تطور منهج الإستقراء بصورة فعالة منذ فرنسيس **بيكون** (١٥٦١-١٦٢٦ م) ، أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الإستنباط الأرسطى .

وقد تطور هذا المنهج مع تطور علم الإحصاء وعلم الإحتمالات .وقد ساهم **منهج الإستقراء الإحصائى** Statistical Induction فى تطور المعرفة العلمية بالمعدلات الفلكية التى نشهدها ، وهو على لأى حال يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين وحل المشاكل في العلوم غير الرياضية وهى : علوم الحياة ، الطب ، الزراعة ، العلوم الإجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

وعلى الرغم من أن الرواد من علماء الاحصاء كان اهتمامهم بوظيفة الاستقراء فإن الجانب الأعظم من النظرية الاحصائية تم اكتشافه بعد عام ١٩٢٠ تقريبا، فمنذ مطلع القرن العشرين كان الاهتمام منصبا على تطبيق الاحصاء على مشاكل علوم الحياة وعلى التجارب الزراعية والصناعية. كما أن العمل فى هذه المرحلة كان مكثفا ومركزا على التحليل الاحصائى وأساسه المنطقى، وتمخض عن ذلك مساهمات عظيمة قدمها عالم الاحصاء الانجليزى **فيشر** (١٨٩٠-١٩٦٢) **Fisher**. ومن العلماء الذين ساهموا كثيرا فى نظرية التقديرات واختبارات الفروض كلا من بيرسون Pearson, E.s. و نيمان Neyman .

راجع القسم ١-٢-١

ويعد الثلاثى فيشر- بيرسون - نيمان مؤسسى منهج الإستقراء الاحصائى والذى يعرف حاليا **بالاتجاه الكلاسيكى**. وهو يعتمد على المعلومات المتاحة من العينة فقط. وقد ظهر فى هذه الفترة اتجاه جديد يعرف **بالاستقراء البيزيانى** Bayesian inference ، و فيه يعتمد الإستقراء على بيانات العينة بالاضافة الى المعلومات المسبقة Prior information .

وشهدت هذه الفترة ايضا عملا مكثفا كان فيها الإهتمام منصبا على صنع القرارات، مما أدى الى نشوء وظيفة حديثة للاحصاء تحت اسم **نظرية القرارات الاحصائية** Statistical decision theory ويرجع ذلك الى أعمال والد Wald (١٩٣٩) ونيومان Neuman,j ومورجنسترن Morgenstern,o وقد صاحب هذا التطور الكبير بداية ظهور مجموعة من التخصصات المختلفة تهتم بمجالات وأهداف خاصة - وقد بلغ هذا التطور قدرا هائلا وكأنها علوما مستقله.ومن هذه التخصصات:الاحصاءالسكانى Demography والاقتصاد القياسىEconometrics،وبحوث العملياتOperations Research .

١-٣ قياس المتغيرات

١-٣-١ مستويات القياس :

تختلف المقاييس والأساليب الإحصائية حسب مستوى القياس للمتغيرات محل البحث . وفى هذا الصدد يتم تقسيم مستويات القياس إلى نوعين : كمى وكيفى . **المستوىالكمى Quantitative level وينقسم إلى نوعين :** النسبى والفترى.

المستوى الكيفى Qualitative وينقسم أيضا إلى قسمين : الترتيبى والإسمى . ونعرض فيما يلى لهذه الأربعة مستويات مرتبة حسب كمية المعلومات التى تحويها ، أوحسب قوة المقياس ، ترتيبا تنازليا .

ملاحظات هامة :

المقياس المثالى والذى يمكن معه إستخدام كافة العمليات الرياضية والإحصائية يتضمن وحدات قياس متساوية ويكون لها نفس المعنى ؛ وأن يكون الصفر حقيقى بمعنى إنعدام الخاصية .

ونوضح فيما يلى الفروق بين مستويات القياس المختلفة :

أولا : المستوى النسبى :

ويعد أقوى مستويات القياس . مثال ذلك الأوزان (بالكيلو) والأطوال (متر) ، ودرجات الحرارة (كلفن) .

المستوى النسبى يحوى خواص المستوى الفترى مضافا إليه خاصيتين :

١- المقياس يتضمن صفر حقيقى .

٢- الأرقام تتمتع بخواص الأرقام الحقيقية .

ولبيان كمية المعلومات فى هذا المستوى نشير إلى :

١- شئ وزنة ٨ كجم يكون وزنة ضعف شئ وزنة ٤ كجم ، أى أنه يمكن حساب النسبة بين القيم .

٢- شئ وزنة صفر يعنى إنعدام الوزن ، أى أن الصفر هنا صفر حقيقى ، يعبر فعلا عن إنعدام الخاصية .

٣- إذا كان لدينا ثلاثة أشياء ، أوزانها ٤ ،٨ ،١٢ كجم ، يمكن تقرير أن الفرق بين الأول والثانى يساوى الفرق بين الثانى والثالث .أى أن وحدات القياس متساوية .

٤- شئ وزنة ٨ كجم يزيد عما وزنه ٤ كجم بمقدار ٤ كجم ،بمعنى إمكان حساب الفرق بين القيم وإجراء المقارنة بينها شيئان وزن كل منهما ٦كجم ، يكونان متماثلان ، أى أنه يمكن تقرير المساواة .

ثانيا : المستوى الفترى Interval :

يعنى فترات متساوية بين درجة وأخرى . **مثال ذلك :**

درجات الحرارة (مئوية ،فهرنهيت) و التقويم (التاريخ الهجرى أو الميلادى أو ....) ، الوزن الذرى ، درجات الطلبة فى الإختبار .

يعد هذا المستوى أقل من السابق ، فهو يتضمن كمية معلومات أقل ، مثلا بخصوص درجات الطلبة :

١- الطالب الحاصل فى الإختبار على ٨ درجات ، لانستطيع أن نقرر أن مستوى تحصيلة ضعف الحاصل على ٤ درجات (النسبة غير ممكنة)

٢- الطالب الحاصل على صفر فى الإختبار ، لا يعنى أن تحصيلة منعدم، وكذلك إذا كانت درجة الحرارة المئوية فى منطقة ما صفرا، فهذا لا يعنى إنعدام الحرارة (الصفر هنا غير حقيقى) .

٣- الفرق ممكن .

٤- المقارنة ممكنة .

ثالثا : المستوى الترتيبى Ordinal :

يكون التقسيم على أساس الرتبة أو الأهمية النسبية ، ويمكن فقط إجراء المقارنات . مثال ذلك :

درجات الطلبة فى الإختبار : ممتاز ،جيد جدا ، جيد ، مقبول ، راسب مستوى التعليم :جامعى ، متوسط ، ابتدائى ، قراءة وكتابة ، أمى .

رابعا : المستوى الإسمىNominal :

يقتصر الأمر هنا على مجرد تقسيم أوتصنيف بالإسم فقط ، ولايمكن هذا المقياس إلا من عملية المساواة ، مثال ذلك : الجنسية ، الديانة ، اللغة.

الطالب الحاصل فى الإختبار على ٨ درجات ، لانستطيع أن نقرر أن مستوى تحصيلة ضعف الحاصل على ٤ درجات (النسبة غير ممكنة) .

الطالب الحاصل على صفر فى الإختبار ، لا يعنى أن تحصيلة منعدم،وكذلك إذا كانت درجة الحرارة المئوية فى منطقة ما صفرا ، فهذا لا يعنى إنعدام الحرارة (الصفر هنا غير حقيقى) .

١-٣-٢ أهمية مستوى القياس

فيما يلى قواعد هامة توضح أهمية مستوى القياس :

١- يمكن تحويل المقياس إلى آخر أقل قوة ، بينما العكس غير ممكن ، مثلا درجات الطلبة ذات المستوى الفترى ٢ ، ٥ ، ٧ ، ... يمكن عرضها على المستوى الترتيبى : ضعيف، مقبول، جيد ،.....

٢- كلما زاد مستوى القياس كلما توفرت له مجموعة أكبر من الخواص ، وهى تشمل كل الخواص التى يتمتع بها المقياس الأقل فى المستوى .

٣- لكل مستوى قياس معين أساليب إحصائية ورياضية معينة يمكن إستخدامها ، وكلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام أساليب إحصائية أفضل . إن فهم وتفسير الأشياء يعتمد بدرجة كبيرة على مستوى قياسها

٤- المتغيرات بمستوى قياس معين يكون التعامل معها بالأساليب الإحصائية الموجهة لهذا المستوى ، كما أنة يمكن أيضا إستخدام الأساليب الإحصائية الموجهة للمستوى الأقل (للحصول على مزيد من المعلومات حسب رؤية

الباحث) .وفى هذا الصدد يمكن الإسترشاد بما يلى :

فى المستوى الإسمى ، مسموح بإستخدام عمليات العد Counting يمكن التفرقة بين الوحدات وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات ، كالمنوال وعلاقات الإحتمال .

فى المستوى الترتيبى ، مسموح بإستخدام عمليات الترتيب وأساليب المقارنـــة وكافة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليـــات، كالوســـيط والمئينات والإرتباط (الرتب) .

فى المستوى الفترى ، مسموح بإستخدام عمليات الجمـــع والطــــرح وكافـــة الأساليب الإحصائية والرياضية المبنية على هذه العمليات ، كالمتوسط الحسابى

فى المستوى النسبى ، مسموح بإستخدام كل الأساليب الإحصائية والرياضية

٤-١ برامج الكمبيوتر الإحصائية

برامج متنوعة يمكن تقسيمها إلى أربعة أقسام :

أ- برامج كمبيوتر عامة

وهى برامج عامة لا تقتصر على الإحصاء فقط ، مثل برنامج إكسل

ب- حزم إحصائية عامة

الحزم التطبيقية Application packages هى مجموعة برامج جاهزه فى مجال معين . وفيما يلى بعض البرامج الاحصائية الهامة فى مجال الإحصاء

١ MINITAB[1]

---

[1] هذا البرنامج تم عرضة بمزيد من التفاصيل فى كتاب عالم الكمبيوتر

نظام إحصائى عام ، يتمتع بالكثير من الصفات المرغوبة

٢ SPSS

Statistical Package For The Social Sciences

البرنامج الإحصائى للعلوم الإجتماعية.

٣ SAS نظام التحليل الإحصائى Statistical Analysis Systems

٤ BMDP برامج الطب الحيوى Biomedical (BMD) Program

ج- حزم إحصائية متخصصة

١ MULTIQUAL

من أقوى برامج التحليل الإحصائى للمتغيرات الكيفية،ويعد البرنامج المناظر لبرنامج MULTIVARIANCE للتحليل الكمى

٢ Everymans Contingency Table Analysis (ECTA)

برنامج للتحليل الإحصائى لجداول التوافق

٣ NONPAR برنامج مخصص للأساليب الإحصائية اللامعلمية

د - نظم الخبرة Expert system

هى برامج مخصصة للإرشاد وحل المشاكل فى حقل معين ، حيث تغذيه بالبيانات عن الحالة ، فيمدك بالنصيحة والحل . مثال ذلك برنامج المستشار الإحصائى Statistical Consultant .

الفصل الثانى

أهمية الإحصاء

نوضح أهمية علم الإحصاء من خلال ثلاثة منظورا ت : دورالإحصاء فى البحث العلمى ، ودوره فى تطوير العلوم ،ثم تطبيقاته فى المجالات المختلفة .

٢-١ دور الإحصاء فى البحث العلمى

يتأكد دور علم الإحصاء بإعتباره المنفذ للمنطق ومناهج البحث العلمى فى كل المراحل ، فالباحث مهما كان منهجه أو طريقة بحثه ،عليه أن يجمع بياناته ، وهو فى سبيل ذلك يجـد نفســه مضطرا لإستخدام أساليب المعاينــة العشوائية أو الإحصائية .كما أن الباحث وهوبصدد التحقق من صدق وثبات هذه البيانات التى تم جمعها فعليه الإستعانه بمقاييس الإرتباط الإحصائية،وعندما يبدأ الباحث فى وصف بياناتــه عليــه إستخـدام أســاليب الوصــف الإحصائــىوحين يسعى الباحث إلىالتوصل إلىالقوانين والنظريات والتعميمات عليه إستخدام أساليب الإستقراء ، ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هى

الطريق العلمى الوحيد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية . فحين يسعى الباحث إلى التقدير،عليه إستخدام نظرية التقديرات الإحصائية[1] Estimation theory ، وعندما يسعى الباحث إلى إختبار نظرية أوقانون أو فرض من الفروض فإن عليه الإستعانه بأساليب إختبارات الفروض الإحصائية وعندما يسعى الباحث إلى تفسير بياناته، عليه اللجوء إلى الأساليب الإحصائية وعندما يسعى الباحث الوصول إلى القرار الأمثل أو إلى الخطة المثلى،عليه اللجوء إلى أساليب صنع القرارات،وعندما ينتهى الباحث من عمله ويحاول عرض نتائجه ، فعليه الإستعانة بطرق وأساليب العرض الإحصائية .

٢-٣ دور الإحصاء فى تطوير العلوم

إن البحث العلمى شاق ومضنى،وعلىالباحث إذاكان ينوىتقديم معارف علمية ،أن يكون عمقاً نظرياً وعملياً فى ناحيتين : الأولى هى مادة بحثه أو حقله ، والثانية هى القواعد المنهجية .

هذه القواعد المنهجية يمكن تصورها كشجرة فى الحقل جذورها المنطق وهو المصدر الأساسى للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الإستدلال والمعرفة الصحيحة ،وهوحامل الشجرة وحاميها من السقوط أو التأرجح بسبب الرياح الغريبة والأهواء المتحيزة .

وساق الشجرة طرق البحث ،فهى التى تفحص قواعد المعرفةوأساليبها وتأخذ

---

[1] الفصل ٢٢

منهاحسب حاجة الإثبات العملية.

والأساليب الإحصائيةوالرياضيةيمكن تمثيلها بفروع الشجرة فهى المنسق والمنفذ والمنتج ، تطرح الثماروتحملهاوتعرضها على أفضل ما يكون .

ونوضح هنا أن الأساليب الإحصائية هى الطريق العلمى الوحيد للتوصل إلى القوانين والتعميمات والمقولات فى العلوم غير الرياضية و من المعلوم أن درجة تقدم العلوم يعتمد على مدى إعتمادها على الرياضيات ، وذلك لفهم وقياس وتفسير ظواهرها ووصف العلاقات القائمة بينها . ولذلك فقد خصصت العلوم المختلفة فروعا خاصة لها بذلك ، تقوم على إستخدام الرياضيات والإحصاء ، فمثلا العلوم الفيزيائية خصصت عدة فروع منها علم الفيزياء الرياضى Mathematical physics والميكانيكا الإحصائية statistical mechanics والفيزياء الإحصائية Statistical physics ، وفى العلوم الحيوية يوجد . الإحصاء الحيوى Biostatistics والقياس الحيوىBiometry والطب التجريبى Experimental Medicine وفى علوم البيئة يوجد علم البيئة الرياضى Mathematical ecology وفى علم الإقتصاد يوجد عدة فروع منهاالإقتصاد الرياضى economics Mathematical والإقتصاد القياسى Econometrics وفى علم الإدارة يوجد علم بحوث العمليات Operations research وفى علم السكان يوجد علم السكان الإحصائىDemography وفى العلوم الإجتماعية والإنسانية ظهرت العديد من الفروع منها علم الإجتماع الرياضى Mathematical sociology والقياس الإجتماعىSocial measurement وعلم النفس الرياضى Mathematical psychology والقياس

النفسى Psychometrics والقياس التربوى Educational measurement وعلم الإجرام الرياضى Mathematical Criminology وعلم الأنثروبولوجيا الرياضى Mathematical anthropology وعلم اللغة الرياضى Mathematical linguistics و علم الجغرافيا الرياضى Mathematical geography وعلم القياس التاريخى Cliometrics .

٣-٢ تطبيقات الإحصاء فى المجالات المختلفة

تطبيقات الإحصاء لا تحصى ولا تنتهى ، فهى تبعث وتجدد الحياة فى كل العلوم والمجالات كما أوضحنا أعلاه ؛ ونعرض فيما يلى بعض المجالات .

تطبيقات فى الطب[١]

تتمد العلوم الطبية على الإحصاء فى بحوثها العلمية وفى دراسة وفهم ظواهرها وقياسها وتفسيرها ، ولذا نجدها و قد أفردت لها فروعا إحصائية خاصة تهتم بدراسة ظواهرها باستخدام الأساليب الاحصائية والرياضية ، مثل : علم الإحصاء الحيوى Biostatistics وعلم القياس الحيوى Biometry **والطب التجريبى Experimental Medicine**

إن **القرار الطبى** إحتمالى بطبيعته ، وهو فى النهاية قرار إحصائى ، وذلك

---

[١] راجع صنع القرار الطبى ،٢٠٠٤ ، للمؤلف

يعظم دور الإحصاء فى العمل الطبى .

ـ ما هو سبب المرض ؟ هل هو سبب واحد ؟ أو مجموعة معينة ؟ أو عدة أسباب يلزم توفرها لحدوث المرض ؟

ـ ما هى المترتبات على المرض ؟ الأعراض ، العلامات ،...وما هو إحتمال أى منها حال توفر المرض ؟

ـ ماهى أعراض المرض ، المرتبطة به والتى تشير حال تواجدها إلى إحتمال المرض ؟

ـ ماهى علامات المرض ، المرتبطة به والتى تشير حال تواجدها إلى إحتمال المرض ،

ـ **قرار التشخيص يعتمد بدرجة كبيرة** على مفهوم المدى الطبيعى ، والذى يحدد فى معظم الأحيان بمفاهيم إحصائية .

ـ كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد الإحتمال التشخيصى **Diagonistic Probability، بمعنى ماهو إحتمال المرض فى حالة وجود دليل معين :عرض أو علامة . إن ذلك يتحدد علميا إستنادا إلى الإحتمال القبلى . مع إستخدام نظرية بييز .**

التجارب الطبية التى تجرى لتحديد فعالية علاج معين لمرض ما ، أو للمقارنة بين أنواع مختلفة من العلاجات ؛ هذه التجارب تصميمها وتحليلها إحصائى .

والقرار النهائى إحصائى .

ـ كما أن علم الإحصاء يسهم فى تحديد معنى مصطلحات تعد الأساس فى القرار الطبى : مثال ذلك المدى الطبيعى Normal ، القيم الحرجة ،

الحساسية Sensitivity ، الخصوصية Specificity .

تطبيقات فى القضاء[1]

إن دور الإحصاء والإحتمال كمنهج فى الفكر القانونى ظهر منذ بداية القرن السابع عشر ، غير أن التطور المؤثر والمضطرد والمثير منذ ١٩٦٠.

يقدم علم الإحصاء ،فوائد جليلة للعدالة ويمكن تمييز ذلك فى تقديم أدلة جديدة للمحكمة وفى رفع كفاءة الأدلة القائمة وفى تقديم حساب كمى لوزن الأدلة ، وحساب الوزن الإضافى للدليل ،وإضفاء الشرعية على الأدلة .

الدليل الإحصائى يكون هو الدليل الأوحد عندما يكون مصدر المعرفة متعدد القيم كما فى حالة تعدد الشهود ، وإثبات التحيز ، وقضايا الغش وتلوث البيئة ،ويسمح ذلك لإعمال مواد أساسية فى الدستور ووضعها موضع التنفيذ

جمع الأدلة يستلزم إستخدام المعاينة الإحصائية ،فمن ذلك تتحقق الموضوعية فى الإختياروالبعدعن الذاتية والتحيز.

أساليب **التقدير الإحصائى** تقدم للمحكمة أفضل دليل ، من ذلك تقدير السرعة فى حوادث السيارات ، تقديرالضرر، التعويضات،الضرائب ،مدة العقوبة، ،مبلغ الغرامة ، وقت الوفاة ، مبلغ الكفالة .

إختبـــارات الفروض الإحصائية تقدم أيضا الدليل للمحكمة ،فى قضايا التلوث مثلا تبين ما إذا كانت نسبة التلوث أو درجة الحرارة المنبعثة أعلى من المسموح به ، فى قضايا الغش تبين أن وزن العبوة أقل من المعلن عنه ، نسبة الدسم أقل من المعايير المعتمدة ، ....

ومن التطبيقات الهامة إحتمال أن يكون المشتبه فيه مذنبا ،وكذلك إثبات

---

[1] راجع : الدليل الإحصائى فى الحكم القضائى ،٢٠٠٢، للمؤلف

التمييز والتفرقة بين الأفراد ،وأيضا في قضايا النزاع حول من المؤلف أو الكاتب ،.....

من المعلومات المفيدة التى يقدمها علم الإحصاء حساب إحتمال حدوث الواقعة بالصدفة . إن التفسير البديل بالطبع هو حدوثها قصدا أو بسبب معين ،ويسهم ذلك فى تقديم الدليل على القصد الجنائى.

إن الدليل الإحصائى فى كثير من الحالات يكون هو الدليل الوحيد ،

تطبيقات فى الإدارة والمحاسبة

نماذج الإرتباط : تحديد عناصر التكلفة المتغيرة مع حجم النشاط (إنتاج ، خدمات ،مبيعات ، ... لنعتبر وجود إرتباط مثلا إذا كان الإرتباط : ٠,٩ فى بيرسون الخطى ، ... فى

نماذج الإنحدار : تستخدم فى تقدير التكاليف ، وفى التنبؤ بالإنتاج والمبيعات و..

خرائط المراقبة الإحصائية تفيد فى تحليل إنحرافات الأداء الفعلى عن المخطط

المعاينة الإحصائية تعين المحاسب فى الرقابة والتفتيش على كافة الأصول والعمليات ،وخاصة عند الجرد السنوى .

الأرقام القياسية هى الأساس فى إعادة التقويم لمراعاة التغيرات فى الأسعاربما يمكن المحاسب من عرض نتائج الأعمال الحقيقية و المركز المالى الحقيقى .

محاسبة البيئة : تكلفة التلوث : معدلات البث ، والتلوث ، ومؤثرات ذلك

تطبيقات فى التاريخ[1]

[1] راجع : التاريخ الكمى ،٢٠٠٠، للمؤلف

التاريخ هو **وصف الماضى** ، وصف بمعناه الواسع ، يشمل التفسيروالتأويل والتصنيف ، والمقارنة ، والتوقيت ، والتسلسل ، .... وهذه كلها عمليات علمية متطورة تخضع لقواعد المنطق ومناهج وطرق البحث ، ويناط تنفيذها للأساليب الإحصائية والأساليب الكمية الأخرى.إن الاساليب الإحصائية أصبحت ضرورة للمؤرخ وهو فى سبيل تحصيل وتكوين الخبرة ، ذلك أن لغة الكم أصبحت هى لغة العرض والنشر فى كافة مصادر المعلومات . كما أن الأساليب الإحصائية لازمة للباحث التاريخى فى كل مراحل بحثه : فى مرحلة جمع البيانات، ووصفه لها ، والتعميم،والتقييم ، والتقدير واختبارات الفروض ، كما أن الأساليب الإحصائية تعين الباحث التاريخى فى مرحلة عرضه لبياناته ونتائجه حيث يكون ملزما بعرضها بلغة البحث المقبولة في الأوساط العلمية ، من أجل تيسير الفهم والتواصل وتعظيم المنفعة .

مجالات أخرى

تطبيقات الإحصاء تجدها أيضا فىعلوم الحياة ، فى الزراعة ،فى العلوم الإقتصادية ، فى العلوم الإجتماعية ،فى العلوم السياسية ، ،فى العلوم الدينية [1]، فى التربية[2] ......

---

[1] راجع مؤلفاتنا : **الإحصاء والقرآن الكريم ، ١٩٩٧**

الإحصاء والحديث النبوى ، ١٩٩٨

الإحصاء والتاريخ الإسلامى، ١٩٩٧

[2] **راجع : المعدل التراكمى ، ٢٠٠٣ ، للمؤلف**

الباب الثانى

جمع البيانات

الفصل الثالث: طرق جمع البيانات

٣-١ المسح Survey

٣-٢ التجربة Experiment

٣-٣ المحاكاة Simulation

الفصل الرابع : المعاينة العشوائية

٤-١ تعاريف :

٤-٢ المعاينة العشوائية البسيطة :

٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة :

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي :

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي :

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية :

٤-٣ المعاينة المنتظمة :

٤-٤ المعاينة الطبقية :

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية :

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقية :

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل optimal allocation

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster sampling

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage

الفصل الثالث

طرق جمع البيانات

يتم البحث العلمى Scientific Research أو **الإستقصاء** Investigation
بإستخدام نوعين رئيسيين من التصميمات : التجربة ، والمسح . كما أن كل نوع منها ينقسم إلى العديد من النماذج أو التصميمات المختلفة ، يكون إختيار المناسب منها بمعرفة الباحث ، غير أن طبيعة المشكلة غالباً ما تحدد نوع الإستقصاء المستخدم وكذا التصميم الفرعي المناسب ، كما أنه يجب ملاحظة أن كل تصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

وكما أوضحنا فى القسم ٢-١ يقوم علم الإحصاء بأساليبه المختلفة بالمساهمة فى تنفيذ البحث فى كل مراحله .وفى مرحلة جمع البيانات يسهم فى التخطيط والتنفيذ أيا كان شكل التصميم المستخدم ، خاصة وأن كل تصميم بحثي له تحليل إحصائي خاص مناسب له .

٣-١ المسح (Survey)

وفي هذا النوع من الإستقصاء ، يتم جمع الملاحظات عن وحدات البحث كما هى على حالها بدون تحكم ، وتوجد عدة نماذج أو تصميمات للبحث يمكن تقسيمها إلى ما يلي :

١ - **المسوح المستعرضة** (Cross Sectional)

وفيما يتم جمع البيانات عن نقطة زمنية معينة (at one Point in Time) .

٢ - **المسوح الطولية** (Longitudinal Surreys)

وتتعلق بتحليل البيانات عن فترة معينة ، قد تمتد في الماضي أو المستقبل والتصميمات الطولية الأساسية هى :

أ - **دراسات الإتجاه** (Trend Studies) .

حيث يتم جمع البيانات وتحليلها في أوقات زمنية مختلفة ، وقد تختلف هنا وحدات البحث ، حيث يكون الإهتمام بدراسة الظواهر نفسها .

ب - **دراسات الفوج** (Cohort Studies)

تتعلق بدراسة لمجموعة معينة من الوحدات يطلق عليها فوج (جيل معين مثلاً) .

يتم جمع البيانات عن الفوج في فترات مختلفة (أي دراسة مجتمع البحث نفسه) ، وتكون الوحدات المبحوثة (العينة) من أصل الفوج ، غير أن العينة قد تختلف في كل فترة .

جـ - **دراسة الشريحة** (Panel Studies)

في هذه الدراسة يتم جمع البيانات عبر فترات مختلفة على مجموعة بعينها من الوحدات – وتسمى هذه المجموعة شريحة (Panel)أي أن الدراسة تكون في

كل مرة على نفس العينة .

٣-٢ التجربة (Experiment)

تتميز التجربة بعمل شئ ما لمعرفة أثره ، أي أن هناك قدر من الحرية والتحكم في المتغيرات – وهذا يؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

وتوجد عدة نماذج أو تصميمات تجريبية ، يمكن إدراجها في المجموعات التالية :

أولاً : تصميمات الوحدة (Single Subject Designs) .

ثانياً : تصميمات متعددة الوحدات (Multi Subject Designs) .

أ – تصميمات تجريبية حقيقية (True experimental Designs) .

ب – تصميمات شبه تجريبية (Quasi experimental Designs) .

٣-٣ المحاكاة Simulation

أحيانا لإعتبارات عملية أو أخلاقية يصعب أو يستحيل جمع البيانات بإستخدام التجربب أو المسح . يمكن عن طريق المحاكاة توليد البيانات اللازمة للبحث إصطناعيا Artificially بدون إجراء التجربة .

إحدى طرق المحاكاة المعروفة بإسم طريقة مونت كارلو وهى تعتمد على المعاينة العشوائية والتوزيعات الإحتمالية وإستخدام الكمبيوتر فى توليد البيانات

الفصل الرابع
المعاينة العشوائية
Random sampling

٤-١ تعاريف :

الاستقراء عملية يتم بمقتضاها وصف الكل (المجتمع) بإستخدام جزء منه (العينة). ولإختيار هذا الجزء نقوم بعملية تسمى المعاينة، وهناك طريقتان للمعاينة: المعاينة العشوائية والمعاينة غير العشوائية.وأيا كانت طريقة جمع البيانات[١] فإن المعاينة العشوائية تعد أساساً لعملية الاستقراء الإحصائى فهى تحقق الموضوعية فى الاختيار والبعد عن الذاتية والتحيز وهى تقدم عينة ممثلة للمجتمع تصلح لتعميم النتائج على المجتمع كما تمكن من قياس الدقة فى النتائج التى يتم التوصل إليها. أما فى حالة استخدام المعاينة غير العشوائية فلا نضمن تحقيق أى شيئ من ذلك.

---

[١] راجع الفصل الثالث

ونقدم فيما يلى بعض التعاريف الهامة المتعلقة بعملية المعاينة

وحدة البحث : Unit of inquiry

هى الوحدة موضوع البحث، والمطلوب استنتاج معلومات بشأنها مثال ذلك الأسرة، العامل، الطالب، .... إلخ.

وحدة المعاينة : Sampling unit

هى الوحدة المتخذة أساساً للمعاينة، وقد تكون هى نفس وحدة البحث أى الوحدة الطبيعية أو مجموعة منها Clusters. فمثلاً فى البحوث المتعلقة بالأسرة يمكن اعتبار مجموعة من العائلات كوحدة للمعاينة. وليس من الضرورى أن تكون وحدة المعاينة وحدة طبيعية، بل قد تكون وحدة مصطنعة كما فى حالة تقسيم مجموعة مساكن على خريطة إلى مجموعات.

مجتمع البحث : Universe of inquiry

هو مجموعة العناصر الطبيعية Physical محل البحث، أى مجموعة العناصر المطلوب معرفة خصائصها.

المجتمع : Population

هو مجموعة وحدات المعاينة. وبتحديد أكثر هو مجموعة خواص لمجتمع البحث، فإذا كان مجتمع البحث مجموعة أشخاص فإن مجموعة البيانات التى تمثل أعمارهم تمثل مجتمعاً كما أن مجموعة البيانات التى تمثل أوزانهم تمثل مجتمعاً آخر، وهكذا.

العينة : Sample

هى مجموعة جزئية من مجتمع البحث- وتستخدم أيضاً بإعتبارها مجموعة جزئية من المجتمع.

المعالم : Parameters

الخواص التى تصف المجتمع تسمى معالم مثال ذلك المتوسط الحسابى، الوسيط، الانحراف المعيارى، معامل الارتباط، ... إلخ.

الإحصاء : Statistic

أى مؤشر محسوب من عينة يسمى إحصاء، مثال ذلك المتوسط الحسابى للعينة، وكذا الوسيط، الإنحراف المعيارى، معامل الارتباط، ... إلخ.كما أن الإحصاء ليس بالضرورة أن يكون له معنى وصفى ، بل لمجرد إستكمال حلقات إختبارات الفروض .

اطار المعاينة : Sampling frame

هو المجموعة التى تحوى وحدات المعاينة، ويعد المصدر الذى نختار منه العينة. وقد يكون قائمة أو خريطة أو فهرساً أو أى شئ آخر.

كسر المعاينة :Sampling fraction

هو النسبة بين حجم العينة وحجم المجتمع، فإذا ما اعتبرنا أن :

ن حجم العينة ن حجم المجتمع

فإن كسر المعاينة = ن / ن (٤-١)

يلاحظ إننا استخدمنا الحرف الصغير لحجم العينة و الحرف الكبير لحجم المجتمع . و هذا الإجراء شيتم استخدامه بصفة عامة عند التفرقة بين بيانات العينة و بيانات المجتمع

طرق المعاينة العشوائية :

المعاينة العشوائية و يطلق عليها أيضا المعاينة الاحتمالية Probability Sampling و كذلك المعاينة الإحصائية Statistical Sampling هي عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو احتمال للظهور في العينة و هذا الاحتمال يمكن حسابه و لا يساوي صفرا . و طرق المعاينة العشوائية هي :

١ ــ المعاينة العشوائية البسيطة .

٢ ــ المعاينة المنتظمة .

٣ ــ المعاينة الطبقية .

٤ ــ المعاينة العنقودية .

٥ ــ المعاينة متعددة المراحل .

و يمكن أن يحتوي تصميم المعاينة على اثنان أو أكثر من هذه الطرق في آن واحد ، على انه يجب ملاحظة أن كل أسلوب للمعاينة له صيغته الرياضية الخاصة في تحديد حجم العينة و توزيعها و في عرض نتائج البحث و قياس دقة النتائج ، و مجال ذلك كله في المراجع المتخصصة في المعاينة

٤-٢ المعاينة العشوائية البسيطة :

تعريف :

المعاينة العشوائية البسيطة Simple random sampling هي طريقة للمعاينة يكون فيها لكل العينات الممكن سحبها احتمال متساو .

و يلاحظ أن سحب العينة يمكن أن يتم بطريقتين :

(ا) مع الإرجاع With replacement . وهنا يتم إرجاع الوحدات المسحوبة للمجتمع ،

و يعني ذلك احتمال ظهور الوحدة أكثر من مرة بالعينة .

(ب) بدون إرجاع without replacement . و هنا لا يتم إرجاع لوحدات المسحوبة

للمجتمع .

٤-٢-١ أهمية المعاينة العشوائية البسيطة :

(أ) ابسط طرق المعاينة .

(ب) تعد الأساس لدراسة طرق المعاينة الأخرى .

(ح) المعلومات المستمدة منها يكون عرضها في صيغ رياضية بسيطة ، بالمقارنة بصيغ طرق المعاينة الأخرى .

(د) تعد الأساس لمعظم الصيغ الواردة بالمراجع و المتعلقة بالاستقراء الإحصائي .

(هـ) تعد الأساس لتقييم و قياس كفاءة طرق المعاينة الأخرى .

عيوب المعاينة العشوائية البسيطة :

(ا) غالبا ما تكون بعيدة عن الاعتبارات العلمية ، و قد تكون مستحيلة في بعض

الأحيان .

(ب) غالبا ما تكون مكلفة و تتطلب جهدا و وقتا كبيرا

(ح) لا تستثمر أي معلومات متاحة للمجتمع .

٤-٢-٢ طرق الاختيار العشوائي :

هناك عدة طرق يمكن استخدامها لاختيار عينة عشوائية هي طرق الخلط و جداول الأرقام العشوائية و الحاسبات الإلكترونية .

(ا) طرقة الخلط :

في هذه الطريقة تكتب أسماء و حدات المعاينة للمجتمع محل البحث ، أو تعطي كل وحدة رقم ، و تكون الكتابة على بطاقات أو قصاصات ورق متشابهة ، و يتم خلطها جيدا ، ثم يتم سحب العدد المطلوب منها ليمثل عينة .

و هذه الطريقة سهلة غير إنها تكون غير عملية إذا كن المجتمع كبيرا كما إن الخلط التام لوحدات المجتمع لا يمكن ضمانه كما أن التحيز الشخصي لا يمكن تجنبه.

(ب) جداول الأرقام العشرية Random number table :

الجداول العشوائية عبارة عن أرقام منظمة في صفوف وأعمدة ، بصورة عشوائية ، بحيث يكون لأي رقم احتمال مساو في الظهور ، بمعني ان يكون احتمال ظهور أي رقم مكون من حد واحد متساو ، و أن احتمال ظهور أي رقم مكون من حدين متساو،...و هكذا . كما أن الحدود مستقلة عن بعضها .

و الجداول العشوائية وسيلة متاحة و سهلة و مرنة و تتجنب الكثير من أخطاء طريقة الخلط .

و يعاب على استخدام الجداول العشوائية إنها تستبعد عدد كبير من الأرقام ، كما أن هناك عرضة للأخطاء في تدوين الأرقام ، كما إن استخدامها يشترط إمكان حصر وحدات المجتمع كلها و تدوينها بقائمة و ترقيمها . كما أن تحقيق شرط العشوائية يتطلب استخدام جداول عشوائية ذات حجم كبير .

٤-٢-٣ إجراءات استخدام الجداول العشوائية :

(١) تعيين تناظر Correspondence بين المجتمع و جدول الأرقام العشوائية :

ـــ كل وحدة معاينة تعطي رقم من ١ إلي ن (حجم المجتمع).

ـــ تعيين عدد الحدود التي تستخدم من الجدول ـــ و هو يساوي عدد حدود ن .

(٢) تعيين نقطة البداية :

يتم تعيين نقطة البداية ، و ذلك بتعيين الصفحة ثم الصف و العمود و أن يكون ذلك بصورة عشوائية . و يمكن هنا الاستعانة بطريقة الخلط .

(٣) تعيين المسار :

و يكون ذلك إما رأسيا في أي اتجاه (أعلي – أسفل) أو أفقيا في أي اتجاه (يمينا – يسارا) . و عند الوصول إلي نهاية العمود أو الصف تعين النقطة التي يتم الانتقال إليها.

و يكون إتباع المسار باتساق حتى نهاية اختبار العينة ، و ذلك لتقليل التحيز و تبرير العشوائية .

(٤) اختيار العينة :

يتم اختيار عدد قدره **ن** (حجم العينة) وفق المسار المحدد مع مراعاة استبعاد ما يلي:

ــ الأرقام المكررة (إذا كان السحب بدون إرجاع)

ــ الصفر (في حالة بدء ترقيم المجتمع من ١)

ــ أي رقم أكبر من ن .

و للتسهيل و لتقليل استبعاد الأرقام بالجدول يمكن :

ــ طرح رقم ثابت من ارقام المجتمع الأصلي .

ــ طرح ن أو مضاعفتها (٢ن ، ٣ن ، . . . .) من الأعداد العشوائية بشرط أن تكون المجموعات المتبقية كاملة أي تحوي عدد قدره ن .

(٥) تعيين نقطة النهاية :

تعيين نقطة النهاية كمرجع عند سحب وحدات إضافية للعينة إذا لزم الأمر .

تطبيق (٤-١)

مطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠ مدارس من مجتمع المدارس بإحدى الدول و البالغ عددها ٦٠٠ مدرسة .

ملحوظة :استخدم الجداول العشوائية الملحقة في نهاية الكتاب و لتكن نقطة البداية ١٥ و العمود ٢٦

(١) تعيين تناظر بين المتجمع و جداول الأرقام العشوائية .

١ مدرسة حطين

٢ مدرسة اليمامة

.

.

.

٦٠٠ = ن مدرسة عليا

ـ عدد الحدود التي تستخدم بالجدول ٣

(٢) نقطة البداية : الصف ١٥ و العمود ٢٦

(٣) تعيين المسار : رأسي و أسفل

(٤) أختيار العينة : الأرقام بين قوسين تحذف

٤٠٤	(٩٥٨)	٥٦٤	٤٤٢	٥٨٢
(٩٦٥)	٩١٤	٤٦٢	(٧٥٥)	٠٠٥
٥٧٢	٥٦٨	(٦٠٢)	(٦٧٩)	٣٣٦

٠٨١ (٨٣٧) (٧١٩)

٤-٣ المعاينة المنتظمة :

المعاينة المنتظمة Systematic هي معاينة يتم فيهل سحب العينة بطريقة منتظمة ، فمثلا في حالة المعاينة من قائمة يتم سحب الوحدات على فترات . و المعاينة من مساحة يتم بتحديد نموذج لنقاط معينة على الخريطة ، أو بأختيار المباني أو الحقول التي تبعد كيلومتر عن بعضها ، و في معاينة درجات الحرارة تؤخذ القراءات كل ساعة مثلا.

فإذا كنا بصدد سحب عينة منتظمة حجمها ن (على الأقل) من مجتمع حجمه ن فإننا نتبع الخطوات التالية :

١ ــ نعطي وحدات المجتمع أرقام مسلسلة من ١ إلى ن

٢ ــ نقسم المجتمع إلى ن من المجموعات حجم كل منها ك =ن/ ن

و نقرب ك لأقرب عدد صحيح ، و هذا المقدار يطلق عليه فترة العينة Sampling interval

٣ ــ نختار وحدة عشوائية من بين الأرقام ١ ، ٢ ، ..... ، ك .

و يمكن هنا استخدام طريقة الخلط أو أي طريقة عشوائية أخرى و سنفترض أن الوحدة التي تم اختيارها عشوائيا رقمها ر

٤ـ نحدد وحدات العينة بإضافة فترة العينة (ك) على التوالي للرقم

(ر) حتى نحصل على حجم العينة المطلوب .

و تمتاز هذه الطريقة بالبساطة و السرعة وقلة تكاليفها و قلة الأخطاء عند سحب العينة . على أنه يفضل استخدامها فقط في حالة ما إذا كان المجتمع عشوائيا ، حيث انه إذا كان المجتمع دوري أو مرتب تثار مسألة الدقة و تحديدها .

تطبيق (٤-٢)

مجتمع حجمه ١٠٠ يراد سحب عينة منتظمة حجمها ٥ و المطلوب تحديد وحدات العينة اذا كانت الوحدة الأولي المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٩

ك = ١٠٠/٥ = ٢٠

إذن وحدات العينة هي التي تحمل الأرقام التالية [٩ ، ٢٩ ، ٤٩ ، ٦٩ ، ٨٩]

٤-٤ المعاينة الطبقية :

في المعاينة الطبقية Stratified يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات و يسحب من كل طبقة عينة . باستخدام المعاينة العشوائية البسيطة .

٤-٤-١ مزايا المعاينة الطبقية :

١ـ تحسين درجة تمثيل العينة للمجتمع .

٢ـ غالبا ما تؤدي إلى زيادة دقة النتائج .

٣ـ توفير بيانات عن قطاعات جزئية من المجتمع (الطبقات)

٤ـ الملائمة للأعتبارات الإدارية ، حيث يمكن تطبيق إجراءات مختلفة لجمع البيانات بما يتناسب مع كل طبقة .

٤-٤-٢ عيوب المعاينة الطبقية :

١ ـ تتطلب ضرورة معرفة حجم كل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.

٢ ـ ضرورة وجود إطار للمعاينة لكل طبقة ، و هذا قد لا يكون متاحا.

٣ ـ بعض اساليب المعاينة الطبقية كما في حالة التوزيع الأمثل يتطلب معرفة التباين في كل طبقة ، و هذا غالبا لا يكون متاحا.

طرق توزيع العينة على طبقات :

يتم توزيع العينة على الطبقات بعدد من الطرق

فإذا كان لدينا مجتمع حجمه ن و حجوم الطبقات ن١ ، ن٢ . . . .نر و يراد سحب عينة حجمها ن و من كل طبقة ن١ ، ن ٢ ، . . . . .نر فانه يمكن توزيع العينة على الطبقات باستخدام عدة طرق :

٤-٤-٣ التوزيع المتناسب Proportional Allocation

و يتم فيه توزيع العينات على الطبقات بحيث يتناسب حجم العينة مع حجم الطبقة ، أي أن :

$$ن_هـ = ن \frac{ن_هـ}{ن} \qquad (٤-٢)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، . . . . ، ل

٤-٤-٤ التوزيع الأمثل optimal allocation :

يتم فيه توزيع العينات على الطبقات بأعداد تتناسب مع درجة التشتت في الطبقة و تبعا للصيغة التالية :

$$ن_هـ = ن \frac{ن_هـ \sigma_هـ}{مجـ\, ن_هـ \sigma_هـ} \qquad (٤-٣)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، . . . . ، ل

تطبيق (٤-٣)

مجتمع حجمه ١٠٠٠٠ وحدة مقسم إلى ثلاث طبقات و الجدول التالي يوضح الحجم و الانحراف المعياري بكل طبقة . يراد سحب عينة طبقية حجمها ٤٠٠ و المطلوب توزيع هذه العينة :

ا ــ حسب التوزيع المتناسب

٢ــ حس التوزيع الأمثل

الطبقة	الحجم	الانحراف المعياري
ا	٦٠٠٠	١٠
ب	٣٠٠٠	٦
حـ	١٠٠٠	١٥

الحل :

توزيع العينة الطبقية

الطبقة	ن ر	σ ر	المتناسب	الأمثل	
			نهـ	نر σر	نهـ
ا	٦٠٠٠	١٠	٢٤٠	٦٠٠٠٠	٢٥٨
ب	٣٠٠٠	٦	١٢٠	١٨٠٠٠	٧٧
حـ	١٠٠٠	١٥	٤٠	١٥٠٠٠	٦٥
	١٠٠٠٠		٤٠٠	٩٣٠٠٠	٤٠٠

التوزيع المتناسب تم باستخدام الصيغة (٤-٢) فمثلا حجم العينة بالطبقة أ هو

٤٠٠ × ٦٠٠٠/١٠٠٠٠ = ٢٤٠

التوزيع الأمثل تم باستخدام الصيغة (٤-٣) فمثلا بالنسبة للطبقة ا هو

٤٠٠ × ٦٠٠٠٠/٩٣٠٠٠=٢٥٨

(مع ملاحظة إجراء التقريب المناسب)

٤-٥ المعاينة العنقودية Cluster sampling

المعاينة العنقودية هي معاينة عشوائية بسيطة تكون فيها وحدة المعاينة عبارة عن مجموعة (عنقود) من وحدات البحث .

مزايا المعاينة العنقودية :

(١) المعاينة العنقودية تمتاز بقلة تكلفتها في أغلب الأحوال .

(٢) تظهر أهميتها بصفة خاصة عندما لا يوجد إطار للمعاينة يحوي وحدات البحث ، و كذا عندما يصعب إعداد الإطار. فمثلا ، في كثير من الدول لا يوجد إطار شامل للسكان أو المنازل

٤-٦ المعاينة متعددة المراحل Multi-stage

المعاينة متعددة المراحل تعد امتدادا لمفهوم المعاينة العنقودية . فغالبا ما يحتوي العنقود أو المجموعة Cluster **على** عدد كبير من وحدات البحث بدرجة يصعب قياسها جميعا ، كما انه ما يحوي العنقود على عناصر متشابهة تقريبا

بحيث إن عدد قليلا منها يكفي لإعطاء معلومات عن كل العنقود . و في مثل هذه الحالات فإنه يمكن سحب عينة عشوائية بسيطة من وحدات البحث داخل كل عنقود من العناقيد المختارة بالعينة و هذا الأجراء يسمي معاينة ذات مرحلتين two-stages sampling

و قد تتم المعاينة بنفس الطريقة مع إضافة مرحلة معاينة أخرى ، و تسمى هذه بالمعاينة ذات الثلاث مراحل three-stages sampling ، و هكذا . و بصفة عامة فإن الطريقة تسمي المعاينة متعددة المراحل . فمثلا عند إجراء بحث على طلبة الثانوية العامة مثلا في إحدى الدول ، يمكن أولا معاينة المحافظات ، و من بين المحافظات المختارة يتم معاينة الأحياء أو القرى ، و من هذه الوحدات المختارة يتم معاينة المدارس ، و منها معاينة الفصول .

الباب الثالث

وصف متغير

الفصل الخامس

الجدول التكرارى

٥-١ الأهمية :

بعد انتهاء عملية جمع البيانات ، وتسمى بيانات خام حيث تكــون فــي صورة غير معبرة ويصعب استنتاج معلومات منها . ويتم ترتيب هذه البيانات الخام في جدول يسمى الجدول التكراري (التوزيع التكــرارى) . وفــي هــذا الجدول يتم توزيع البيانات الخام إلى فئات (مجموعات) بأطوال مناسبة ، ويدون التكرار (عدد الحالات) أمام الفئة المناظرة له .والجدول التكرارى لــه فوائــد كثيرة نعرضها بعد التطبيق التالى

تطبيق (٥-١)

قام باحث بجمع البيانات التالية والموضــحة بالجــدول (٥-١) والتــي تمثــل درجــات اختبار في مادة الرياضيات لخمسين طالباً . والمطلوب تلخيص هــذه البيانات وتنظيمها في صورة جدول تكراري .

جدول (٥-١)

٧٠	٥٥	٥١	٤٢	٥٧
٤٥	٦٠	٤٧	٦٣	٥٣
٣٣	٦٥	٣٩	٨٢	٥٥
٦٤	٥٨	٦١	٦٥	٤٢
٥٠	٥٢	٥٣	٤٥	٥٥
٢٥	٣٦	٥٩	٦٣	٣٩
٦٥	٤٥	٤٩	٥٤	٦٤
٧٥	٤٢	٤١	٥٢	٧٨
٣٠	٣٥	٢٥	٤٨	٢٦
٢٠	٤٠	٥٥	٤٦	٨٨

هذه البيانات الخام لا توضح الكثير عن طبيعة الظاهرة محل الدراسة ، فكم عدد الطلاب الراسبين ؟ كم عدد الطلاب الممتازين ؟ وإذا كانت هذه الدرجات تمثل درجات طلاب أحد الفصول ونود معرفة مستوى هذا الفصل ، هل هو ضعيف ، متوسط ، جيد ، ممتاز وإذا كنا نريد مقارنة هذا الفصل بفصل آخر فكيف تتم المقارنة ؟ لاشك أن هذه البيانات بصورتها الخام أو الأولية لا تساعدنا بسهولة في الإجابة على كل هذه الاستفسارات وغيرها . ولذلك فإننا نقوم بتلخيص هذه البيانات وتنظيمها في صورة جدول تكراري أو (توزيع تكراري) كما هو موضح بالجدول (٥-٢) أدناه .

جدول (٥-٢) التوزيع التكراري

الفئات	العلامات	التكرار
٢٠-٣٠	////	٤

الفئات	العلامات	التكرار
٤٠-٣٠	////̸ /	٦
٥٠-٤٠	////̸ ////̸ //	١٢
٦٠-٥٠	////̸ ////̸ ////	١٤
٧٠-٦٠	////̸ ///	٩
٨٠-٧٠	///	٣
٩٠-٨٠	//	٢
		٥٠

وفي هذا الجدول تم تقسيم قيمة الظاهرة (الدرجات) إلى فئات ، فالفئـــة الأولى وهي (٢٠-٣٠) خصصت للدرجات التي تقع بين ٢٠ درجة وتقل عن ٣٠ درجة والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٤ بمعنى أن هناك أربعة طلاب تقع درجاتهم في هذه الفئة . فبالرجوع إلى البيانات الخام بالجدول رقم (١) نجد أن هذه الأربع درجات هي : (٢٠،٢٦،٢٥،٢٥) .

وبالمثل فإن الفئة الثانية (٣٠-٤٠) فإنها خصصت للدرجات التي تقـــع بين ٣٠ درجة وتقل عن ٤٠ درجة . والتكرار المناظر لهذه الفئة هو ٦ بمعنى أن هناك ستة طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٣٠-٤٠) وبـــالرجوع إلى الجدول رقم (١) نجد أن هذه الدرجات هي (٢٣،٣٠،٣٩،٣٦،٣٩،٣٣) .

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . لاحظ أن مجموع التكرار ٥٠ وهو عدد المشاهدات (الدرجات) ولسهولة إعداد الجدول التكراري ، جدول (٢) فإننا نقوم أولاً بكتابة الفئات في الخانة المخصصة لذلك (الخانة الأولى) ونقوم بعمل خانة أخرى وسيطة تخصص لعلامات ، حيث نضع علامة (/) لكل درجة أمام الفئة المناظرة لها وأخيراً نقوم بعد العلامات المدونة أمام كل فئـــة لتمثـــل التكـــرار

المناظر للفئة . ولسهولة عد العلامات فإننا نضع كل خمس علامات في صورة حزمة وذلك بوضع العلامة الخامسة بصورة مختلفة كما هو موضح بالجدول .

والجدول التكراري : هو بيان بقيم المتغير مقسمة إلى فئات أو مجموعات مع بيان التكرار بكل فئة .

أهمية الجدول التكراري :

(١) تلخيص البيانات حيث يتم عرض البيانات في جدول صغير لا يتعدى صفحة واحدة أو أقل من ذلك — مهما كان عدد البيانات التي يتم جمعها حتى لو وصل إلى مئات الآلاف .

(٢) هذا التلخيص يؤدي إلى إفصاح عن المعلومات بصورة مباشرة وسريعة . ويساعد على ذلك أيضا ترتيب هذه البيانات . ذلك الإفصاح لا يكون ممكناً بالنظر إلى أعداد كبيرة من القيم متناثرة ومتباعدة وغير مرتبة .

(٣) إمكان المقارنة بين مجموعتين أو أكثر بعرضها في جدول واحد .

(٤) يمكن حساب كافة المقاييس الإحصائية من هذا الجدول المختصر ، بدلاً من الرجوع للبيانات الأصلية الكبيرة العدد . وفي ذلك تسهيل كبير لحساب هذه المقاييس .

(٥) هناك مقاييس إحصائية يلزم لحسابها أن توضع البيانات في جدول تكراري .

(٦) إمكان عرض الظاهرة محل البحث عرضاً بيانياً .

٣-٥ خطوات تكوين الجدول التكراري

المثال السابق يعطي فكرة عن مفهـوم وطبيعـة الجـدول التكـراري (التوزيع التكراري) . ونعرض فيما يلي الخطوات اللازمة لتكـوين الجـدول التكراري ، وذلك بعد تقديم بعض التعاريف الضرورية .

- **حدود الفئة :**

لكل فئة حدان ، الحد الأدنى والحد الأعلى ، الفئة الأولــى (٢٠-٣٠) حدها الأدنى هو ٢٠ وحدها الأعلى هو ٣٠ ، والفئة الثانية حدها الأدنى ٣٠ وحدها الأعلى ٤٠ وهكذا .

- **طول الفئة :**

هو الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى للفئة ، أي أن :

طول الفئة = الحد الأعلى ــ الحد الأدنى

فمثلاً : طول الفئة الأولى = ٣٠-٢٠=١٠

طول الفئة الثانية = ٤٠-٣٠=١٠

ويلاحظ في هذا المثال أن طول الفئة موحد وهو ١٠ لكل الفئات . وفي هذه الحالة ، أي حالة تساوي أطوال الفئات يسمى الجدول التكراري أو (التوزيع التكراري) بأنه ذو فئات منتظمة .

- **مركز الفئة :**

لكل فئة مركز ، هو القيمة التي تقع في منتصف الفئة ، ويتم تحديـدها كما يلي :

مركز الفئة = $\frac{١}{٢}$ (الحد الأدنى + الحد الأعلى)

فمثلاً : مركز الفئة الأولى = $\frac{١}{٢}$ (٢٠+٣٠) = $\frac{١}{٢}$ (٥٠) = ٢٥

مركز الفئة الثانية = $\frac{١}{٢}$ (٣٠+٤٠) = $\frac{١}{٢}$ (٧٠) = ٣٥

وهكــــذا .

وتأتي أهمية مركز الفئة في أننا نفترض دائماً أم جميع المشاهدات التي تقع في فئة ما وكأن قيمتها تساوي مركز الفئة . فمثلاً الفئة الأولـــى (٢٠-٣٠) مركزها ٢٥ ويفترض أن جميع الطلاب الذين وقعوا في الفئة الأولى (تكرارات الفئة الأولى) وعددهم ٤ وكأن كل منهم قد حصل على ٢٥ درجة . وهذا نوع من التقريب لسهولة إجراء التحليلات الإحصائية . وحتى يمكن استخدام الجدول التكراري مباشرة في إجراء هذه التحليلات دون الرجوع إلى البيانات الخام .

خطوات تكوين الجدول التكراري :

١- تحديد عدد الفئات .
٢- تحديد طول الفئة .
٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة .

١- تحديد عدد الفئات :

يتم تحديد عدد الفئات في ضوء الاعتبارين التاليين :

(أ) أن تكون قيم المشاهدات التي تخصص لفئة معينـــة قريبـــة بقـــدر الإمكان من مركز تلك الفئة وذلك حتى نقلل من الخطأ الناتج مـــن

عملية التبويب. فقد سبق أن ذكرنا أنـــه يفتـــرض دائمـــاً أن قـــيم المشاهدات التي تقع في فئة معينة تكون مساوية لمركز هذه الفئة .

(ب) أن يكون عدد الفئات قليلاً بقدر الإمكان لتحقيق عمليـــة تلخـــيص البيانات ولسهولة إجراء التحليلات الإحصائية .

وعموماً فإن عدد الفئات يعتمد على عدد المشاهدات أو التكرار الكلي . ويمكن الاسترشاد بقاعدة ستروج (Sturge's rule) لتحديد عدد الفئات (م) .

م = ١+٣,٣ لو ن (٥-١)

حيث لو ترمز إلى اللوغاريتم المعتاد للأساس ١٠ ، ن ترمز إلى عـــدد المشاهدات وبالنسبة للقارئ الذي ليس لديـــه الإلمـــام باللوغاريتمـــات فيمكنـــه الاسترشاد بالجدول التالي وهو تطبيق لقاعدة ستورج (مع التقريب لأقرب رقم صحيح) :

عدد المشاهدات	٣٠	٥٠	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٥٠٠٠	١٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	٥٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
عدد الفئات	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨

فإذا كان عدد المشاهدات ١٠٠ مثلاً فإن عدد الفئات المناسب يكون ٨ .

ويلاحظ من الجدول أنه إذا ما زاد عدد المشاهدات بدرجة كبيرة فإن الزيادة في عدد الفئات يكون طفيفة ، ونادراً ما يستخدم عدد من الفئات يزيد علـــى ٢٠ . لاحظ عدد المشاهدات في مثالنا السابق هو ٥٠ ولذلك فإن عدد الفئات المناسب هو ٧ .

٢- تحديد طول الفئة :

يتم تحديد طول الفئة بقسمة المدى العام لقيم المشاهدات ، وهو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ، على عدد الفئات والذي تم تحديده في الخطوة (١) أي أن :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} \qquad (٥-٢)$$

وبالتطبيق على مثالنا السابق :

$$\text{طول الفئة} = \frac{٨٨-٢٠}{٧} = \frac{٦٨}{٧} = ٩,٧$$

وبالتقريب يكون طول الفئة ١٠ .

٣- تحديد عدد التكرارات في كل فئة :

نبدأ بقراءة المشاهدات بالتسلسل ، ثم نضع علامة أمام الفئة المناظرة لكل مشاهدة ، ففي مثالنا السابق نبدأ بالرقم ٧٠ ، هذا الرقم يقع في الفئة (٧٠-٨٠) فنضع علامة (/) أمام الفئة . ويلي ذلك الرقم ٥٥ ويقع في الفئة (٥٠-٦٠) فنضع علامة أمام هذه الفئة ، ثم الرقم ٥١ وهكذا حتى الرقم ٨٨ . وبعد ذلك نبدأ في عد العلامات أمام كل فئة ويكون عدد العلامات هذا هو التكرار الحادث بالنسبة للفئة .

طرق كتابة الفئات في الجدول التكراري :

(أ) يلاحظ في الجدول التكراري رقم (٢) أن الفئات كتبت على الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، ٤٠-٥٠ وهكذا . ويعاب على هذه الطريقة أنها قد تؤدي إلى تداخل الفئات . فالرقم ٣٠ مثلاً هل يتبع الفئة الأولى أم الفئة الثانية ؟ ولذا يرى البعض أنه من الأفضل كتابة الفئات على الصورة .

٢٠ إلى أقل من ٣٠

٣٠ إلى أقل من ٤٠

وهكذا .

وبذلك لا يكون هناك تداخلاً بين الفئات . ويلاحظ أن هذا ما اتبعناه عند إعداد الجدول التكراري رقم (٢) . وعليه فإنه للاختصار فإن الفئات سيتم كتابتها على الصورة ٢٠-٣٠ ، ٣٠-٤٠ ، وهكذا على أن يكون مفهوماً أن الفئة الأولى مثلاً وهي ٢٠-٣٠ تعني أنها تشمل المشاهدات من ٢٠ إلى أقل من ٣٠ .

(ب) وهناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك بكتابة الفئات كما يلي :

٢٠- ، ٣٠- ، ٤٠- ، ..... ، ٨٠-٩٠

(ج) وهناك طريقة أخرى تشابه ما سبق ولكن تكون فيها الفئات على الصورة :

أكثر من ٢٠-٣٠

أكثر من ٣٠-٤٠

وهكذا .

(د) في حالة إعداد توزيع تكراري لمتغير غير مستمر ، ويأخذ عدد قليل من القيم مثال ذلك عدد الأولاد في الأسرة فإن الفئات يفضل أن تكون على الصورة التالية :

١ ، ٢ ، ٣ ، ....

أي أن كل قيمة تمثل بفئة ـ ولا داعي لإجراء الدمج طالما أن عدد القيم قليل .

على أن هناك حالات كثيرة يأخذ فيها المتغير غير المستمر قيماً كثيرة ر نستطيع معها تخصيص فئة لكل قيمة ، مثال ذلك عدد حوادث السيارات في اليوم ، عدد الطلبة بالفصل ، وفي مثل هذه الحالات نقوم بتجميع القيم في فئات ونتعامل مع المتغير كما لو كان متغير مستمر ونستخدم الطرق السابق عرضها.

(هـ) وهناك طريقة أخرى تختلف عن ذلك ، حيث يتم تدوين الفئات كما يلي : ٢٠-٢٩ ، ٣٠-٣٩ ، ٤٠-٤٩ ، ....

ولكن يعاب على هذه الطريقة أنها تخلق فجوات بين الفئات . فأين تقع الدرجة ٢٩,٥ وهذا أمر محتمل حدوثه . وإن كانت المشاهدات في الجدول (١) لا تتضمن الدرجة ٢٩,٥ فإن ذلك قد يكون راجعاً إلى حدوث شيء من التقريب بغرض كتابة الدرجات في صورة أعداد صحيحة لا تتضمن كسوراً عشرية . ولذا فإن الحدود المبينة بهذه الطريقة لا تمثل الحدود الحقيقية للفئات . ويصبح من اللازم البحث عن هذه الحدود الحقيقية قبل إجراء التحليل الإحصائي ـ وحتى لا يكون هناك فجوات بين الفئات . وفي مثالنا هذا فإن الحدود الحقيقية للفئات تكون على الصورة :

٢٩,٥ ــ ١٩,٥

٣٩,٥ ــ ٢٩,٥

٤٩,٥ ــ ٣٩,٥

وهكـــذا .

الفئات غير المنتظمة :

بصفة عامة يفضل عند إعداد الجدول التكـراري أن تكـون الفئـات منتظمة، بمعنى أن تكون أطوال الفئات متساوية ، إذ أن ذلك سيوفر الكثير من عبء العمل اللازم عند إجراء التحليلات الإحصائية ، كما سيتضح ذلك فيمـا بعد. ومع ذلك فإن هناك بعض الظواهر يصبح معها اسـتخدام الفئـات غيـر المنتظمة أكثر ملاءمة لعرض الظاهرة . مثال ذلك عند دراسة أعمار حـالات الوفيات من الأطفال الأقل من سنة . حيث يكون عدد الوفيات فـي اللحظـات الأولى من الولادة كبيراً ثم يقل هذا العدد تدريجياً بزيادة عمر الطفل . وحتـى يكون الجدول التكراري معبراً عن حقيقة هذه الظاهرة فإنه يفضل تخصـيص الفئة الأولى لحالات الوفيات الذين تتراوح أعمارهم بين صفر ويوم واحد والفئة الثانية من يوم إلى يومين ، ولا يكون من الملائم على أي حال جعل طول الفئة يوم واحد بطريقة منتظمة ، إذ بذلك يصبح عدد الفئات بقدر عدد أيام السنة . ولذا فإن طول الفئة يزاد تدريجياً ليصبح عدد الفئات ملائماً . وكذلك فإنه مـن دواعي استخدام فئات غير منتظمة ، وجود عدد قليل من القيم المتطرفة ، كمـا قد نشاهد في توزيع درجات الطلاب ، وتوزيع الأجور ، الدخول .

الفئـات المفتوحة :

هي الفئات التي يكون أحد حديها الأعلى أو الأدنى غير محدد . وقـد نضطر أحياناً إلى استخدامها في حالة وجود عدد قليل من المشـاهدات قيمهـا متباعدة في أعلى التوزيع أو في أسفله ، وقد نضطر إلـى اسـتخدام الفئـات المفتوحة أيضاً لعدم إمكان تحديد أحد حدي الفئة . والمثال التالي يوضح حالـة الفئات المفتوحة . وهو يمثل أعمار حاملي رخص القيادة .

العمـر

أقل من ٢٠

٢٠-٣٠

٣٠-٤٠

٣-٥ التوزيع التكراري المجتمع

في هذا التوزيع يتم تجميع التكرارات على التوالي ، بما يعطـي مزيـد مـن الوصف ، ويوجد نوعان أحدهما صاعد ، والآخر نازل ، وفيما يلى عـرض لذلك

التوزيع التكراري المجتمع الصاعد :

فأحياناً يكون المطلوب تحديد عدد التكرارات الأقل من قيمة معينـة . ويتضح ذلك من الجدول التالي تطبيقاً للبيانات الواردة بالجدول (٥-٢) .

جدول (٥-٣)

التكرار المتجمع الصاعد

	التكرار الصاعد
أقل من ٢٠	صفر
أقل من ٣٠	٤
أقل من ٤٠	١٠
أقل من ٥٠	٢٢
أقل من ٦٠	٣٦
أقل من ٧٠	٤٥
أقل من ٨٠	٤٨
أقل من ٩٠	٥٠

التوزيع التكراري المتجمع النازل :

وهو يوضح عدد التكرارات الأكثر من قيمة معينة . وتطبيقاً للبيانات الواردة بالجدول رقم (٥-٢) يمكن تصور الجدول التكراري المتجمع النازل كما يلي :

جدول (٥-٤)

التكرار المتجمع النازل

	التكرار النازل
من ٢٠ فأكثر	٥٠
من ٣٠ فأكثر	٤٦
من ٤٠ فأكثر	٤٠
من ٥٠ فأكثر	٢٨
من ٦٠ فأكثر	١٤
من ٧٠ فأكثر	٥

من ٨٠ فأكثر	٢
من ٩٠ فأكثر	صفر

٥-٤ التوزيع التكراري النسبي :

ونحصل عليه بقسمة التكرارات على مجموع التكرارات أي (ن) . وكما ذكرنا فإن استخدام النسب يؤدي إلى مزيد من الوضوح خاصة لأغراض المقارنات في حالة اختلاف التكرار الكلي . ويمكن عرضها أيضاً كمنسبة مئوية.

تطبيق (٥-٢)

للبيانات الخاصة بدرجات الطلبة والواردة بالتطبيق (٥-١) وضح الجدول التكرارر النسبي للتوزيع الأصلي وللتوزيع المتجمع الصاعد .

التوزيع التكراري النسبي

	التكرار الأصلي	التكرار الصاعد
٢٠-٣٠	٠,٠٨	٠,٠٨
٣٠-٤٠	٠,١٢	٠,٢٠
٤٠-٥٠	٠,٢٤	٠,٤٤
٥٠-٦٠	٠,٢٨	٠,٧٢
٦٠-٧٠	٠,١٨	٠,٩٠
٧٠-٨٠	٠,٠٦	٠,٩٦
٨٠-٩٠	٠,٠٤	١,٠٠
	١,٠	

لأغراض المقارنة بين الحالة التعليمية للسكان في مجتمعين تم تحويل التوزيع التكراري (الجدول على اليمين) إلى توزيع تكراري نسبي (الجدول على اليسار) .

الحالة التعليمية (ألف)

	المجتمع (أ)	المجتمع (ب)
أمي	١٣٧٧	٢٥٠٢
يقرأ ويكتب	١١٠١	٢٣٨١
ابتدائية	١٠٠٩	٢٢٦١
إعدادية	٥٥٠	٢١٤١
ثانوية	٤٥٩	٢٠٨٣
جامعية	٦٩	٤١٧
شهادات عليا	٢٣	١١٩
	٤٥٨٩	١١٩٠٤

التوزيع التكراري النسبي

(أ)	(ب)
٠,٣٠٠	٠,٢١٠
٠,٢٤٠	٠,٢٠٠
٠,٢٢٠	٠,١٩٠
٠,١٢٠	٠,١٨٠
٠,١٠٠	٠,١٧٥
٠,٠١٥٢	٠,٠٣٥
٠,٠٠٥	٠,٠١٠
١	١

تطبيق (٥- ٣)

البيانات التالي يمثل عدد الكتب المستعارة في اليوم من إحدى المكتبات العامة خلال شهر . والمطلوب إعداد توزيع تكراري لعدد الكتب المستعارة في اليوم على أساس خمس فئات منتظمة ــ مع بيان التوزيع التكراري المتجمع الصاعد .

٨٧	١٠٨	٩٣	٢٨	٧٠	٤٠
٦٩	٧١	١٥	٥٢	٣٦	٦٣
٨٣	٥٧	٤٥	٧٣	١٠	٦١
٦٧	٧٨	٩٥	١٠٠	١٠٦	٤٨
٨٠	٤٠	١٠٥	٧٥	٦٥	٣٠

الحـــــل :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٢٠-٨٨}{٧} = \frac{٦٨}{٧} = ٢٠ \text{ تقريباً}$$

وبتوســيط العــلامات يمكن إعداد التوزيع التكراري كما هو موضـــح فيما يلي :

عدد الكتب	التكرار	التوزيع الصاعد
١٠-٣٠	٤	٤
٣٠-٥٠	٥	٩
٥٠-٧٠	٧	١٦
٧٠-٩٠	٨	٢٤
٩٠-١١٠	٦	٣٠

الفصل السادس

العرض البياني

٦-١ الأهمية :

إن تلخيص وتنظيم البيانات في صورة جداول تكرارية يعطي تصـــوراً في سبيل وصف طبيعة التوزيع التكراري . والعرض البياني يُعد وسيلة أخرى مساعدة في هذا الصدد .

أهمية العرض البياني :

(١) الإفصاح عن خصائص الظاهرة بصورة سريعة وأحياناً بمجـــرد النظر وبدون الدخول في الأرقام وتفصيلاتها .

(٢) إمكان إجراء المقارنات بين التوزيعات المختلفة .

(٣) استخلاص بعض المؤشرات الإحصائية عن التوزيع ودون استخدام الصيغ الرياضية .

(٤) يُعد العرض البياني تمهيداً أساسياً لتوفيق صيغة رياضية لوصف التوزيع التكراري .

٦-٣ العرض البياني للمتغيرات الكيفية

تختلف أساليب العرض البياني تبعاً لمستوى قياس المتغيرات ، وفيما يلي أساليب عرض المتغيرات الكيفية (اسمية – ترتيبية) . على أنه في المتغيرات الترتيبية يمكن استثمار المعلومات الإضافية حيث يفضل مثلا ترتيب المتغير ترتيباً تصاعدياً .

(١) الأعمدة البيانية Bar Chart

يخصص عمود (رأسي غالباً) لكل فئة بحيث يتناسب ارتفاع العمود مع التكرار بالفئة . وإذا ما اتخذنا وحدة القياس لتعبر عن عرض كل عمود فإن مساحة كل عمود يمكن استخدامها لتعبر عن تكرر الفئة ، وتكون المساحة الكلية للأعمدة ممثلة للتكرار الكلي . ويلاحظ أنه طالما أن المتغير اسمي فإن الترتيب لا يكون له معنى ، كما أن الأعمدة لا تكون متلاصقة تمشياً مع كون المتغير غير مستمر .

(٢) الدائرة البيانية Pie (Circle) Chart

تقسم مساحة الدائرة على الفئات بحيث تتناسب المساحة مع التكرار ، ويتم ذلك بتقسيم عدد الدرجات في الدائرة وقدرها ٣٦٠ إلى عدد من الزوايا بحيث تتناسب درجات الزاوية مع التكرار بالفئة . وتستخدم الصيغة التالية :

زاوية الفئة = ٣٦٠ × التكرار النسبي للفئة .

$$ز = ٣٦٠ \times \frac{٦٨}{٧}$$

تطبيق (٦-١)

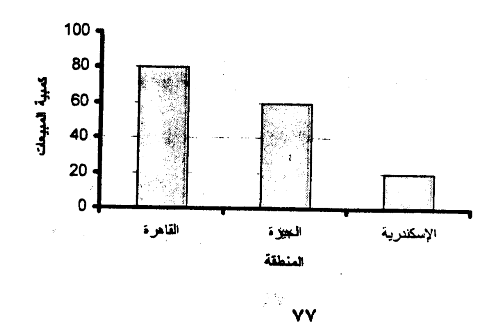
البيان التالي يوضح كمية المبيعات في مناطق التسويق المختلفة لإحدى الشركات والمطلوب إعداد العرض البياني لها باستخدام :

(أ) الأعمدة البيانية

(ب) الدائرة البيانية

المنطقة	كمية المبيعات
القاهرة	٨٠
الجيزة	٦٠
الإسكندرية	٢٠

(أ) الأعمدة البيانية :



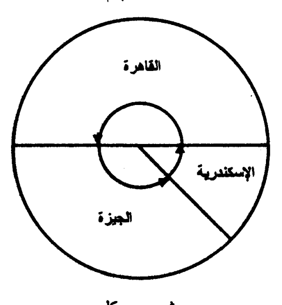
(ب) الدائرة البيانية :

نحدد مقدار الزاوية لكل منطقة :

القاهرة = $\frac{٨٠}{١٦٠} \times ٣٦٠$ = ١٨٠

الجيزة = $\frac{٦٠}{١٦٠} \times ٣٦٠$ = ١٣٥

الإسكندرية = $\frac{٢٠}{١٦٠} \times ٣٦٠$ = ٤٥



شـــــكل

٦-٣ العرض البياني للمتغيرات الكمية :

فيما يلي طرق عرض المتغيرات الكمية :

١- المدرج التكراري .

٢- المضلع التكراري .

٣- المنحنى التكراري .

٤- المضلع التكراري المتجمع (الصاعد ــ النازل) .

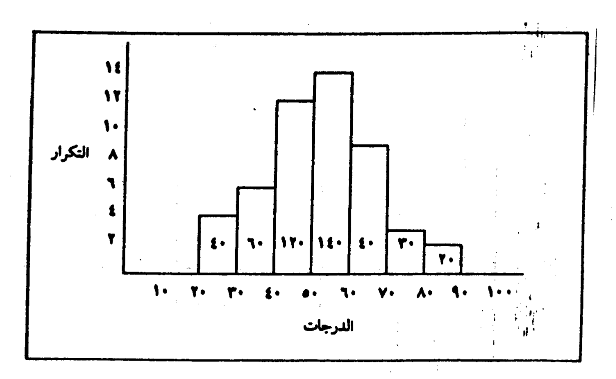
٥- المنحنى التكراري المتجمع (الصاعد ــ النازل) .

١- المدرج التكراري :

المدرج التكراري عبارة عن مستطيلات متجاورة ــ يخصص كل مستطيل منها لإحدى الفئات ، بحيث تتناسب مساحة المستطيلات مع تكرارات الفئات . ويتضح ذلك من الشكل التالي ، حيث يعرض التوزيع التكراري الموضح بالجدول رقم (٢) . ويلاحظ أن المحور الأفقي يخصص للفئات والمحور الرأسي للتكرارات .

تطبيق (٦-٢)

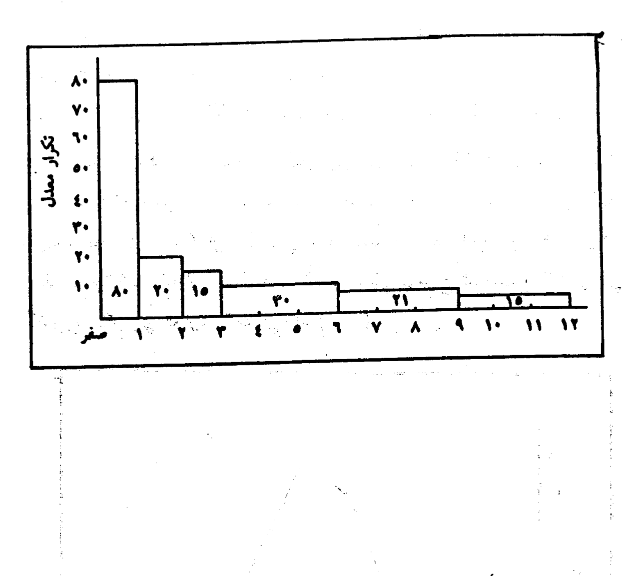
ارسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري الموضح بالتطبييق (٥-١)



رسم المدرج فى حالة الفئات غير المنتظمة

لاحظ أن التكرارات تتناسب مع مساحات المستطيلات وهي الموضحة داخل المستطيلات ، حيث أن الفئات بالجدول التكراري منتظمة ـــ فإذا ما كانت الفئات غير منتظمة فإنه لا يصح استخدام التكـــرارات الأصـــلية كارتفاعـــات للمستطيلات ، ويستخدم بدلاً منها التكرارات المعدلة والتي يتم الحصول عليهـــا بقسمة التكرار الأصلي بكل فئة على طول الفئة المناظرة ، ويمكن توضيح ذلك عند رسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري التالي والذي يمثل أعمار الوفيات من الأطفال الأقل من سنة في إحدى الدول عام (١٩١٧) . في الخانة الثالثـــة ، تم حساب طول كل فئة وفي الخانة الرابعة تم حساب التكرار المعـــدل وذلـــك بقسمة التكرار بكل فئة على طول الفئة المناظرة .

العمر بالشهر	التكرار (ألف)	طول الفئة	التكرار المعدل
صفر-١	٨٠	١	٨٠
١-٢	٢٠	١	٢٠
٢-٣	١٥	١	١٥
٣-٦	٣٠	٣	١٠
٦-٩	٢١	٣	٧
٩-١٢	١٥	٣	٥
	١٨١		



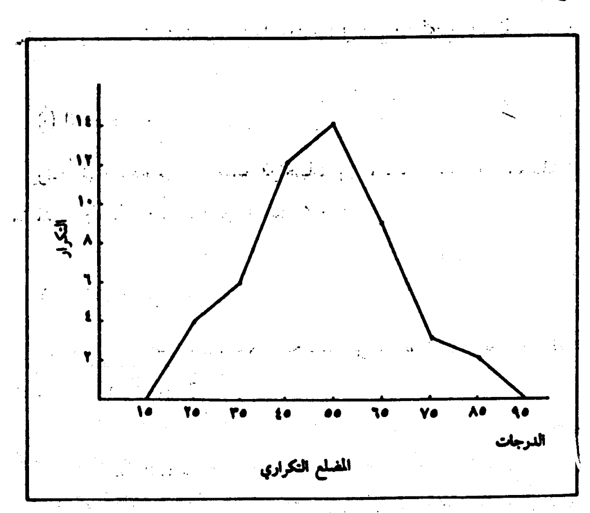
ويلاحظ أنه باستخدام التكرارات المعدلة كارتفاعات للمستطيلات فإن مساحة المستطيلات تتاسب مع التكرارات .

٢- المضلع التكراري :

وهو وسلة أخرى لعرض التوزيع التكراري ، ويمتاز عن المدرج التكراري في إنه يمكننا من مقارنة بين أكثر من توزيع تكراري ، وذلك برسمها في شكل واحد . ويتم رسم المضلع التكراري بحيث يخصص المحور

الأفقي لمراكز الفئات والمحور السيني للتكرارات ، ثم نضع نقطة فوق مركـز كل فئة وبارتفاع يناظر التكرار المقابل للفئة . ويراعى عنـد رسـم المضـلع التكراري توصيل النقاط المذكورة بخطوط مستقيمة ومـده لـيلامس المحـور الأفقي من الطرفين ، وذلك بافتراض فئتين وهميتين تكرار كل منهما صفراً .

هذا ويمكن رسم المضلع التكراري مع المدرج التكراري فـي شـكل واحد، وذلك بوضع النقاط عند منتصف القواعد العلوية للمستطيلات . ويلاحظ أن مساحة المدرج التكراري تساوي تماماً المساحة تحت المضلع التكراري في حالة ما إذا كانت الفئات منتظمة . والشكل التالي يوضح المضـلع التكـراري للتوزيع التكراري الوارد بالجدول رقم (٥-٢) .



المضلع التكراري

٣- المنحنى التكراري :

فكرته مشابهة للمضلع التكراري ، ويتم رسمه بنفس الطريقة ، غير أن النقاط يتم توصيلها باليد ، بحيث نحصل على منحنـــى ممهـــد لا توجـــد بـــه انكسارات أو تغيرات فجائية كما في حالة المضلع التكراري . وعنـــد رســـم المنحنى التكراري يلاحظ أنه ليس من الضروري أن يمر على جميع النقاط .

أنواع المنحنيات التكرارية :

يختلف شكل المنحنى التكراري باختلاف البيانات ، ولأغراض الدراسة العلمية ، يتم تصنيف المنحنيات تبعاً لعدة عوامل نعرض أكثرها شيوعاً .

(أ) الالتواء :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى منحنيات ملتوية ومنحنيات متماثلة.

(ب) التفرطح :

وتبعاً لهذه الخاصية يتم تقسيم المنحنيات إلى مفرطحة ومدببة .

(جـ) الصيغة الرياضية :

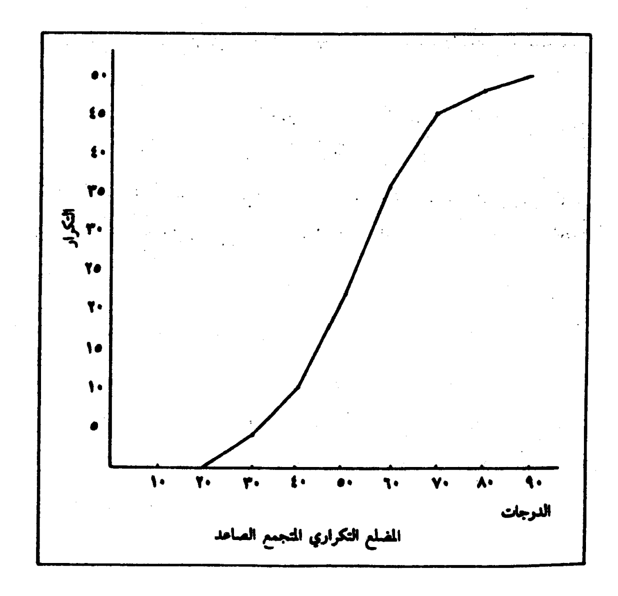
ومن هذه الناحية يتم تقسيم المنحنيات التكرارية إلى مجموعات أهمهـــا التوزيع الطبيعي Normal Distribution وتوزيـــع ت. T-dist. وتوزيـــع ف F-dist. وتوزيع كا^2 Chi-square dist. . هذه التوزيعات وغيرها معروضة تفصيلا فى الفصل العشرون

٤- المضلع التكراري المتجمع :

يستخدم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) لتمثيل التكرار المتجمع الصاعد (النازل) بيانياً .

تطبيق (٦-٣)

إرسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد للبيانات الواردة بالجدول رقم (٥-٣)



المضلع التكراري المتجمع الصاعد

ومن هذا الشكل يمكن بسهولة الحصول على عدد الطلاب الحاصلين على درجات أقل من درجة معينة (تحدد على المحور الأفقي) ، وذلك بالنظر إلى التكرار المناظر على المحور الرأسي .

٥- المنحنى التكراري المتجمع :

يتم رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد (النازل) بنفس طريقة رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (النازل) ، بخلاف أن النقاط يتم توصيلها باليد وليس بخطوط مستقيمة ، وبهذا نحصل على منحنى ممهد لا توجد به تغيرات فجائية .

٦-٤ قواعد العرض البياني

١- المحور الرأسي يبدأ من الصفر . أما المحور الأفقي فذلك ليس ضرورياً .

٢- هناك اتفاق بين الإحصائيين على أن تكون نسبة ارتفاع المحور الرأسي إلى المحور الأفقي $\frac{٣}{٤}$ تقريباً .

٣- عند رسم المضلع أو (المنحنى) التكراري المتجمع الصاعد ، يفضل أن يصنع في المتوسط زاوية قدرها من ٤٠° إلى ٥٠° مع المحور الأفقي .

الفصل السابع

النسب والمعدلات

٧-١ الأهمية

تستخدم النسب والمعدلات كثيرا بغرض تحقيق مزيدا من الإيضاح والإفصاح عن طبيعة الظاهرة محل البحث ، كما تستخدم لتسهيل إجراء المقارنات بين الظواهر .

٧-٢ النسب :

وتعرف النسبة لعدد ما وليكن س إلى عدد آخر ص على أنها خارج قسمة س علي ص . وقد يتم عرضها أحيانا كنسبة مئوية .

وللنسبة تطبيقات كثيرة ومن الأمثلة علي ذلك :

$$\text{نسبة النوع} = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد الإناث}} \times ١٠٠$$

$$\text{نسبة الكثافة السكانية} = \frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة بالكيلو متر أو الميل المربع}}$$

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times ١٠٠$$

وهناك نوع خاص من النسب ، حيث تكون س جزء من ص ، مثل نسبة عدد الطلاب الناجحين بالثانوية العامة ، والرقم س/ ص هنا يطلق عليه نسبة proportion ، مثال ذلك أيضا نسبة البطالة ، نسبة الأمية ، نسبة الذكور ، نسبة الأجانب من العاملين ، نسبة المدخنين ..الخ .

نسبة التغير :

وهي نوع من النسب يعتمد علي الزمن وتعرف نسبة التغير بأنها النسبة بين مقدار التغير خلال زمنين إلى المقدار في البداية ، وتكون النسبة موجبة في حالة الزيادة وسالبة في حالة النقص .

$$ق = \frac{س_٢ - س_١}{س_١} \times ١٠٠ \qquad (٧-١)$$

حيث ق نسبة التغير ، س١ المقدار في الزمن الأول س٢ في الزمن الثاني

٧-٣ المعدلات :

وهناك نوع آخر من النسب ويعد من المؤشرات الهامة وهو ما يطلق عليه المعدل حيث أن النسبة في حد ذاتها قد تكون رقم كسري صغير جدا ، ولذا يتم ضربها في رقم ثابت يتفق عليه وغالبا ما يكون ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠ حسب الأحوال ، وغالبا ما يستخدم لعرض معدل التغير في وحدة الوقت ، ومن أمثلة المعدلات المعرفة :

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

معدل انتشار مرض معين في لحظة معينة the point prevalence .

$$= \frac{\text{عدد المرضي بهذا المرض في تلك اللحظة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في تلك اللحظة}} \times ١٠٠$$

معدل حدوث المرض in cidence rate

$$= \frac{\text{عدد المصابين بالمرض أثناء السنة}}{\text{عدد السكان المعرضين لخطر المرض في منتصف السنة}} \times ١٠٠$$

٧-٤ المعدلات المعيارية

المعايرة هى احدى الاساليب التى تستخدم لالغاء الاثار المتواجدة فى البيانات بفعل بعض العوامل والتغيرات الغير مرغوب فيها .

والمعدلات المعيارية تعد من الاساليب الهامة للوصف خاصة لاغراض المقارنات فمثلا معدل الوفيات الخام لايعد كافيا لغرض المقارنات سواء بين المجتمعات المختلفة أو بين فترات مختلفة للمجتمع نفسة وذلك بسبب اختلاف البناء السكانى . ان توزيع السكان حسب العمر مثلا يؤثر على معدل الوفيات الخام ، فهذا المعدل يبدو كبيرا اذا كان المجتمع يحوى نسبة كبيرة من المسنين

، حيث تزداد معدلات الوفاة فى هذة الفئة . وبالعكس فان معدل الوفيات الخام يبدو قليلا اذاكان المجتمع يحوى نسبة عالية من الاطفال والشباب ، حيث تقل معدلات الوفيات فى تلك الفئات .

وعلى ذلك يفضل ، خاصة لاغراض المقارنات حساب معدلات الوفيات بعد استبعاد اثر التركيب العمرى . وهذا هو مايتبع غالبا حيث يتم تعديل معدلات الوفيات او معيارتها ، لاستبعاد اثر العوامل المؤثرة مثل العمر و الجنس و السلالة ،...... الخ

وهناك عدة طرق تستخدم فى تعديل او معايرة المعدلات ، ومن اكثرها شيوعا طريقة المعايرة المباشرة Direct standardisation . فى هذة الطريقة يتم اختيار مجتمع معيارى Standard population يتم على اساسة الحساب . وهذا المجتمع المعيارى قد يكون احد المجتمعات محل المقارنة او المتوسط الحسابي لتوزيعها او مجتمع اخر بعيد عن هذة المجتمعات . فمثلا عند مقارنة بين عدة محافظات يمكن اخذ مجتمع السكان بالدولة كمجتمع معيارى .ويتم حساب العدد المعيارى(م) باستخدام المتوسط الحسابى المرجح كما فى الصيغة العامة التالية :

$$\text{م} = \frac{\text{مج س و}}{\text{مج و}} \qquad (٢-٧)$$

حيث س المعدل الخاص بالفئة ، و التكرار النسبى للفئة بالمجتمع المعيارى

تطبيق (٧-١)

البيان التالي يعرض ثالثة توزيعات حسب العمر وهي : توزيع الوفيات وتوزيع السكان الفعلي وتوزيع السكان المعياري والمطلوب إيجاد : معدل الوفيات الخام ،و معدل الوفيات المعياري

فئات العمر	عدد الوفيات	حجم السكان	المجتمع المعياري
٠-٢٠	٢٤	٣٠٠٠	٣٢٠
٢٠-٤٠	١٢	٤٠٠٠	٢٦٠
٤٠-٦٠	٥٢	٤٠٠٠	٢٤٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	١٨٠

الحل:

الفئات	عدد الوفيات	حجم السكان	س	و	س و
٠-٢٠	٢٤	٣٠٠٠	٨	٣٢٠	٢٥٦٠
٢٠-٤٠	١٢	٤٠٠٠	٣	٢٦٠	٧٨٠
٤٠-٦٠	٥٢	٤٠٠٠	١٣	٢٤٠	٣١٢٠
٦٠ فأكثر	١٦٠	٢٠٠٠	٨٠	١٨٠	١٤٤٠٠
	٢٤٨	١٣٠٠٠		١٠٠٠	٢٠٨٦٠

معدل الوفيات الخام = ٢٤٨ × ١٠٠٠ = ١٩

١٣٠٠٠

معدل الوفيات المعياري = ٢٠٨٦٠/ ١٠٠٠ = ٢٠,٩

الفصل الثامن

المتوسطات

Averages

مقاييس النزعة المركزية

وصف المتغيرات يتم من خلال عدد كبير من الأساليب الإحصائية ، عرضنا منها التوزيع التكراري (الجدول التكراري) والعرض البيانى والنسب والمعدلات ، وأوضحنا أهمية ودور كل منهما فى عملية الوصف . **وإستكمالا لعملية الوصف** نعرض فى هذا الفصل أسلوبا آخر من الأساليب الهامة .

٨-١ الأهمية

من المفيد وصف البيانات بمجموعة من الأرقام تلخصها وتوضح فحواها وخصائصها . من أهم هذه المقاييس أو المؤشرات مقاييس النزعة المركزية أو (المتوسطات) Averages . يلاحظ بصفة عامة ، أن المشاهدات أو قيم الظاهرة تميل إلى التمركز أو (هناك نزعة نحو تمركزها) عند قيم معينة في

مركز التوزيع التكراري . وهناك عدة أنواع من هذه المتوسطات نعرض منها أكثرها شيوعا وتطبيقا : المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

ويستخدم المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية والوسيط للمتغيرات الترتيبية والمنوال للمتغيرات الاسمية[1] .

والغرض من هذه المقاييس هو وصف المجموعة برقم واحد يمثلها فهو يعبر عن مزيد من الوصف والتلخيص . ويفيد هذا الرقم المتوسط في المقارنات المستعرضة أو الآنية بين عدة مجموعات أو مجتمعات . كما يفيد في المقارنات التاريخية أو الطولية بما يمكن من وصف التغير أو التطور في الظاهرة عبر الزمن . هذا يعد الأساس لتحقيق فوائد كبرى للعلم والبحث العلمي .

٨-٢ المتوسط الحسابي : Arithmetic Mean

يعتبر المتوسط أو (الوسط) الحسابي أهم مقاييس النزعة المركزية أو أكثرها استخداماً . كما أنه يسهل حسابه . والوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو ناتج قسمة مجموع هذه القيم على عددها . فإذا كان لدينا متغير يأخذ القيم ٣ ، ٤ ، ٥ فإن : المتوسط الحسابي = ١٢ / ٣ = ٤

وبصفة عامة فإنه إذا ما رمزنا للمتغير بالرمز (س) وقيمه بالرموز (س١) ، (س٢) ، (س٣) ، ..... ، (سن) ، متوسطه الحسابي بالرمز (س̄) ، فإنه يمكن كتابة طريقة احتساب المتوسط الحسابي بالصيغة التالية :

[1] راجع مستويات القياس بالقسم ١-٣-١

$$\text{س} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} \qquad (٨-١)$$

حيث (مجـــ س) تعني مجموع قيم (س) ، ن عدد القيم .

إيجاد المتوسط الحسابي للقيم المبوبة :

نعرض **الطريقة المباشرة Direct Method** وهى الطريقــة العامــة والتــى تستخدم فى كل الحالات بدون شروط ، كما هو الحــال فــى بعــض الطــرق المختصرة [1]

تطبيق (٨-١)

بفرض أنه مطلوب إيجــاد المتوســط الحســابي لــدرجات الطــلاب والموضحة فى التطبيق (٥-١) . إن علينا أن نقوم بإيجاد مجموع الــدرجات كلها ثم قسمتها على ٥٠ وهو عدد الدرجات .

يلاحظ أن الفئة الأولى تكرارها (٤) أي أن هناك ٤طلاب حصلوا على درجات تقع في الفئة (٢٠-٣٠) . وقد سبق أن ذكرنا أنه يفترض أن كل درجة من هذه الدرجات الأربع تساوي تماماً مركز الفئة وهي (٢٥) . ولذا نســتطيع القول أن مجموع الدرجات الأربع يساوي (١٠٠) أي حاصل ضرب التكــرار في مركز الفئة . وبالمثل إذا ما انتقلنا إلى الفئة الثانية (٣٠-٤٠) ، فإن مجموع درجات الست طلاب هو ٦×٣٥=٢١٠ درجة ، وهكذا . ويتضــح ذلــك مــن الجدول رقم (٨) .

---

[1] عرض شامل لكافة الطرق المختصرة في الإحصاء ووصف البيانات للمؤلف

فإذا ما رمزنا لمركز الفئة بالرمز (س) وللتكرار بالرمز (ك) فإن :

$$\bar{س} = \frac{\text{مج س ك}}{ن} \qquad (٨ - ٢)$$

حيث ن = مجـ ك

$$\bar{س} = \frac{٢٦٠٠}{٥٠} = ٥٢ \text{ درجة}$$

الدرجات	التكرار (ك)	مركز الفئة (س)	التكرار × مركز الفئة (ك س)
٢٠-٣٠	٤	٢٥	١٠٠
٣٠-٤٠	٦	٣٥	٢١٠
٤٠-٥٠	١٢	٤٥	٥٤٠
٥٠-٦٠	١٤	٥٥	٧٧٠
٦٠-٧٠	٩	٦٥	٥٨٥
٧٠-٨٠	٣	٧٥	٢٢٥
٨٠-٩٠	٢	٨٥	١٧٠
	٥٠		٢٦٠٠

٨-٣ المتوسط الحسابي المرجح : Weighted

في الحالات السابقة كان يتم احتساب المتوسط الحسابي بافتراض أن كل القيم لها نفس الأهمية ، غير أن ذلك قد لا يكون صحيحاً بصفة عامة — فبفرض أننا بصدد احتساب متوسط سعر السوق لسلعة ما في إحدى المدن ، وكانت هذه السلعة تباع في عدة أسواق بأسعار مختلفة وحسب البيان التالي :

السوق	سعر السلعة
أ	٩
ب	٧
ج	٥

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٩+٧+٥}{٣} = ٧$$

وهذا المتوسط يكون صحيحاً فقط في حالة ما إذا كانت الأسواق الثلاثة لها نفس الأهمية ، بمعنى أن كمية مبيعاتها واحدة ، فإذا ما اختلفت كمية المبيعات فإنه يجب أخذ ذلك في الحسبان عند احتساب متوسط السعر . ويتم ذلك بترجيح الأسعار ، أي إعطائها أوزان حسب أهميتها النسبية . ويتم ذلك باستخدام المتوسط الحسابي المرجح كما يلي :

$$(\bar{\text{س}})\ \text{المتوسط الحسابي المرجح} = \frac{\text{مج س و}}{\text{مج و}} \qquad (٨-٣)$$

حيث (و) تمثل الأوزان المخصصة للقيم المختلفة .

فبفرض أن كمية المبيعات في الأسواق المختلفة كانت (٨٠٠،١٥٠،٥٠) على الترتيب ، فإنه يمكن استخدام هذه الكميات كأوزان تعبر عن الأهمية النسبية للأسعار المذكورة ويتم حساب المتوسط الحسابي المرجح كما يلي :

السوق	السعر (س)	كمية المبيعات (و)	س و
أ	٩	٥٠	٤٥٠
ب	٧	١٥٠	١٠٥٠
ج	٥	٨٠٠	٤٠٠٠
		١٠٠٠	٥٥٠٠

المتوسط الحسابي المرجح = ٥٥٠٠ / ١٠٠٠= ٥.٥

تطبيق (٨-٢)

البيان التالي يمثل درجات أحد الطلاب في المواد المقررة ، حيث تختلف عدد الساعات الأسبوعية المخصصة لدراسة كل مادة . أوجد المتوسط الحسابي المرجح :

المادة	الدرجة	عدد الساعات
أ	٩٥	٤
ب	٨٩	٣
ج	٨٥	٢
د	٦٠	١

الحل :

المادة	الدرجة (س)	عدد الساعات (و)	س و
أ	٩٥	٤	٣٨٠
ب	٨٩	٣	٢٦٧
ج	٨٥	٢	١٧٠
د	٦٠	١	٦٠
		١٠	٨٧٧

المتوسط الحسابي المرجح = ٨٧٧/١٠= ٨٧,٧

تطبيق (٨- ٣)

قطعت سيارة رحلتها على ثلاث سرعات مختلفة كما هو موضح بالبيان التالي ، أوجد متوسط سرعة السيارة خلال الرحلة :

الفترة	السرعة كيلو/ساعة	الزمن (ساعة)
الأولى	٣٠	٥
الثانية	٧٠	٣
الثالثة	٨٠	٢

الحل :

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س\ و}{مجـ\ و} = \frac{٥٢٠}{١٠}$$ ٥٢ كم / ساعة .

مزايا المتوسط الحسابي :

(أ) يعتمد حسابه على كل القيم

(ب) يسهل التعامل معه جبرياً

عيوب المتوسط الحسابي :

(أ) يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة ، فالمتوسط الحسابي للقيم (٩،٨،٧) هو (٨) . فإذا أضيف لهذه المجموعة إحدى القيم الشاذة ولتكن صفر فإن المتوسط الحسابي يتأثر كثيراً بها ويصبح (٦) . وهذا الرقم لا يمثل المجموعة تمثيلاً صحيحاً .

(ب) لا نستطيع استخدامه في حالة الفئات المفتوحة ، حيث أن حسابه يتطلب معرفة مركز كل فئة .

(ج) لا نستطيع استخدامه في حالة الظواهر الوصفية ، غير الرقمية، فمثلاً لا نستطيع تحديده للبيانات : (ممتاز – جيد جداً – جيد – مقبول – ضعيف) .

٨-٤ الوسيط : Median

يستخدم للمتغيرات الترتيبية

الوسيط هو قيمة المشاهدة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً أو (تنازلياً) .

ويتم إيجاد ترتيب الوسيط بقسمة عدد القيم (ن) على ٢ ، غير أن حالة القيم الغير مبوبة تتطلب إضافة واحد ، وذلك حتى نحصل على الأوسط بدقة.
أي أنه في حالة القيم غير المبوبة يكون :

ترتيب الوسيط = (ن+١) / ٢

مثلا لإيجاد الوسيط للقيم

٤، ٩ ،٧، ٦، ٣، ٩، ٨

نقوم أولاً بترتيبها ترتيباً تصاعدياً

٣، ٤ ، ٦، ٧ ، ٨، ٩، ٩

ترتيب الوسيط = (٧+١) / ٢ = ٤

قيمة الوسيط (و)= ٧

تطبيق (٨- ٤)

أوجد الوسيط للقيم التالية

١،٢،٣،٤،٨،٩،٩،١٠

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{ن}+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

في هذه الحالة ، فإن قيمة الوسيط تقع بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس ، وبتحديد أكثر فإنها تزيد عن القيمة ذات الترتيب الرابع بنصف الفرق بين القيمتين ذوي الترتيب الرابع والخامس . أي أن :

و= ٤ + (٢/١) (٨-٤) = ٦

البيانات المبوبة :

وبالنسبة للبيانات المبوبة في جدول تكراري فإن الوسيط هو القيمة التي تقسم التكرار الكلي ن(مجـ ك) إلى قسمين متساويين ، أي أن ترتيب الوسيط هو $\frac{ن}{٢}$. ولحساب قيمة الوسيط يتم الاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، (ويمكن أيضاً باستخدام التكرار المتجمع النازل وبأسلوب مشابه) .

تطبيق (٨- ٥)

مطلوب حساب المسيط لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول رقم (٥-٢)

الحل

نقوم بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ، وهذا موضح بالجدول أدناه .

التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٢٠-٣٠	٤	٤
٣٠-٤٠	٦	١٠
٤٠-٥٠	١٢	٢٢
٥٠-٦٠	١٤	٣٦
٦٠-٧٠	٩	٤٥
٧٠-٨٠	٣	٤٨
٨٠-٩٠	٢	٥٠

نوجد ترتيب الوسيط وهو = ٥٠/٢ = ٢٥

نريد الآن البحث عن القيمة التي تناظر الترتيب ٢٥ ، بالنظر إلى التكرار الصاعد الموضح بالجدول أعلاه يتضح أن هناك ٢٢ طالباً حصلوا على درجات تقل عن ٥٠ ، ويمكن القول بأن القيمة المناظرة للطالب الذي ترتيبه ٢٢ هي ٥٠ درجة . معنى ذلك أن الطالب الذي ترتيبه ٢٥ يقع في الفئة التالية وهي فئة الدرجات (٥٠-٦٠) . أي أن الوسيط يقع في هذه الفئة ، ولذا نسميها الفئة الوسيطية ، وهذه الفئة تبدأ من ٥٠ درجة وتنتهي في ٦٠ وهذه الزيادة (طول الفئة) وقدرها ١٠ درجات نتجت بسبب إضافة ١٤ طالباً (تكرار الفئة الوسيطية) ولحساب الوسيط فإننا نأخذ في الحسبان فقط الزيادة المترتبة على إضافة ثلاث طلاب فقط (٢٥-٢٢) أى (ترتيب الوسيط ناقصاً التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطية) ، على ذلك فإن الوسيط يمكن حسابه كما يلي :

٥٠ + (٣/١٤) (١٠) = ٥٠ + ٢,١٤ = ٥٢,١٤ درجة

وبذلك فإن الوسيط يتم حسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{و} = \text{ب} + \frac{\text{ت} - \text{ك ص س}}{\text{ك}} \times \text{ل} \qquad (٤-٨)$$

حيث ب = بداية الفئة الوسيطية

ت = ترتيب الوسيط

ك.ص.س = التكرار الصاعد السابق للفئة الوسيطية

ل = طول الفئة الوسيطية

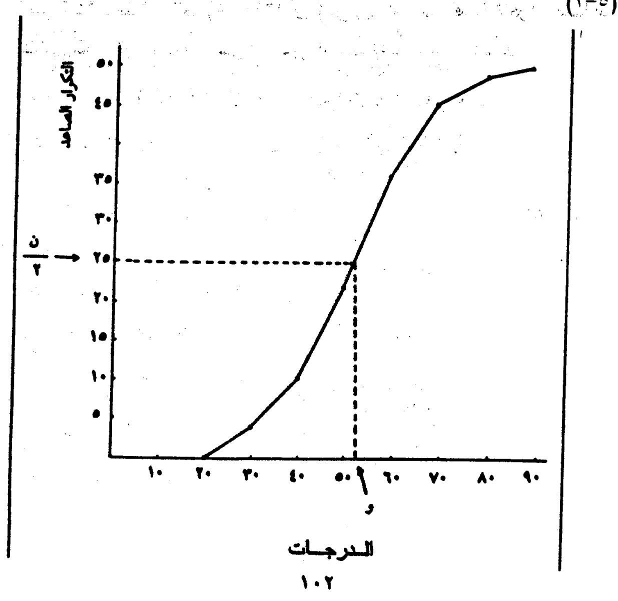
ك = تكرار الفئة الوسيطية

إيجاد الوسيط بالرسم :

ويمكن بسهولة إيجاد الوسيط بعد رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، حيث تحدد القيمة (الدرجة) على المحور الأفقي والتي تناظر ترتيب الوسيط على المحور الرأسي كما يتضح من التطبيق التالي .

تطبيق (٨-٦)

مطلوب حساب الوسيط بالرسم لدرجات الطلاب الموضحة بالجدول رقم (٥-٢)



مزايا الوسيط :

(أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

(ب) يمكن إيجاده للظواهر الغير رقمية التي يمكن ترتيبها ، مثـــال ذلك درجات الطلاب على أساس ممتاز ، جيد جــداً ، ... الــخ والحـــالة الاجتمـــاعية والاقتصـــادية على أساس عاليـــة جــداً ، متوسط ... الخ .

(ج)يمكن إيجاده في حالة الفئات المفتوحة .

عيوب الوسيط :

(أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .

(ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .

٨-٥ المنوال : Mode

يستخدم فى المتغيرات الاسمية :

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الشائعة بين هذه القيم ، وبعبـــارة أخـــرى هـــي القيمـــة صـــاحبة أكبـــر تكـــرار . فـــإذا كـــان لـــدينا القـــيم ٧،٦،٨،٧،٥،٣،٨،٧،٢ فإن المنوال هو (٧) حيث أن هذا العدد تكـــرر ثـــلاث مرات وهو أكبر تكرار . وأحياناً لا يكون للقيم منوال كما في حالـــة البيانـــات

التالية : ٩،٢،٥،٣،٧،٦ . حيث لا توجد قيمة لها تكرار أكبر من القيم الأخرى . وأحياناً يكون للظاهرة منوالين أو أكثر .ويعد ذلك من عيوب المنوال .

البيانات المبوبة :

في حالة البيانات المبوبة في جدول تكراري ، لا نستطيع التحدث عما إذا كانت هناك قيمة معينة لها أكبر تكرار ، حيث تذوب القيم في الفئات المختلفة. وعليه فإننا نعرف **الفئة المنوالية** ، وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار . وبعد تحديد الفئة المنوالية يتم تحديد قيمة تقريبية للمنوال ، ويتم ذلك بعدد مختلف من الطرق نعرض منها ما يلي :

١- مركز الفئة المنوالية :

وتعد هذه الطريقة سهلة ، حيث تعتبر قيمة المنوال هي مركز الفئة المنوالية . ولكن هذه الطريقة غير دقيقة ، حيث أنها تتجاهل تماماً تأثير تكرارات الفئات الأخرى .

فبالنسبة للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب والموضح بالجدول رقم (٥-٢) نجد أن الفئة المنوالية هي (٥٠-٦٠) وهي الفئة المناظرة لأكبر تكرار وهو ١٤ وعلى ذلك فإن قيمة المنوال باستخدام هذه الطريقة تكون ٥٥ .

٢- طريقة الفروق (بيرسون) :

تعتبر هذه الطريقة أفضل وأدق الطرق ، حيث يتم تحديد المنوال بواسطة ثلاث فئات ، الفئة المنوالية والفئة السابقة لها والفئة اللاحقة عليها . ويستخدم في ذلك الصيغة التالية :

$$م = ب + \frac{ف_1}{ف_1 + ف_2} \times ل \qquad (٨-٥)$$

حيث :

ب = بداية الفئة المنوالية

$ف_1$ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها .

$ف_2$ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة عليها .

ل = طول الفئة المنوالية

تطبيق (٨-٧)

أوجد المنوال لدرجات الطلاب فى التوزيع التكراري الموضح بـالتطبيق (٥-١)

الحل

$$= ٥٠ + \frac{(١٤-١٢)}{(١٤-١٢) + (١٤-٩)} \times ١٠ = ٥٠ + ٢,٨٦ = ٥٢,٨٦$$

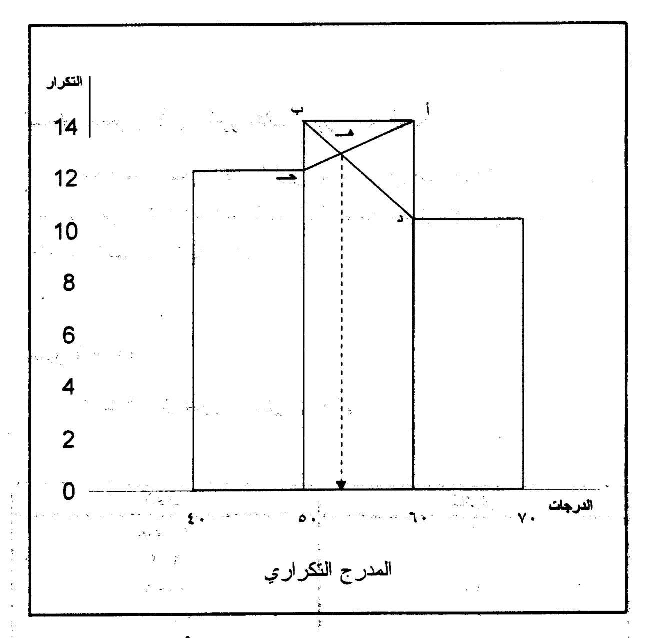
٣- إيجاد المنوال بالرسم :

يمكن بسهولة إيجاد المنوال بالرسم باستخدام المدرج التكراري ، كما هو موضح أدناه ، حيث يتم توصيل رؤوس المستطيل الممثل للفئة المنوالية بالمستطيلين السابق واللاحق ، أي توصيل النقاط أ حـ ، ب د . والنقطة هـ

هي نقطة تقاطع المستقيمين أ حـ ، ب د تحدد لنا قيمة المنوال على المحـــور الأفقي .

تطبيق (٨-٨)

أوجد المنوال بالرسم لدرجات الطلاب فى التوزيع التكـــراري الموضـــح بالتطبيق (٥-١)



المدرج التكراري

ويلاحظ أن قيمة المنوال المحددة بالرسم قريبة جداً من القيمة التي سبق تحديدها بطريقة الفروق وهي ٥٢,٨٦ ، وفي الحقيقة فإنه إذا ما كان الرسم دقيقاً فإن القيمة المحددة بالرسم يجب أن تساوي القيمة المحددة بطريقة الفروق حيث أنهما يعتمدان على فكرة واحدة .

ويلاحظ أننا لم نرسم المدرج التكراري كاملاً ، حيث أن المنوال يتم تحديده بثلاث فئات فقط وهي الفئة المنوالية والفئة السابقة واللاحقة .

إيجاد المنوال في التوزيعات غير المنتظمة :

يتم أيضاً استخدام نفس الطرق السابقة ولكن بعد تعـديل التكـرارات ، ونحصل على التكرارات المعدلة بكل فئة بقسمة التكرار الأصلي علـى طـول الفئة كما يتضح من المثال الآتي :

تطبيق (٨-٩)

أوجد المنوال للتوزيع التكراري الآتى :

الفئات	التكرار
صفر-٢	٢
٢-٦	١٠
٦-١٠	١٦
١٠-٢٠	٢٠
٢٠-٣٠	١٥
٣٠-٥٠	١٠

الحل :

حيث أن الفئات غير منتظمة نقوم أولاً بتعديل التكرارات كما يلي :

الفئات	التكرار	طول الفئة	التكرار المعدل
صفر-٢	٢	٢	١
٢-٦	١٠	٤	٢,٥
٦-١٠	١٦	٤	٤
١٠-٢٠	٢٠	١٠	٢
٢٠-٣٠	١٥	١٠	١,٥
٣٠-٥٠	١٠	٢٠	٠,٥

$$\text{م} = \text{بداية الفئة المنوالية} + \frac{\text{ف}_1}{\text{ف}_1 + \text{ف}_2} \times \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$= ٦ + \frac{١,٥}{١,٥+٢} \times ٤ = ٧,٧١٤$$

ويمكن تحديد قيمة المنوال أيضاً باستخدام المدرج التكراري كمـــا هـــو موضح بالشكل أدناه

مزايا المنوال :

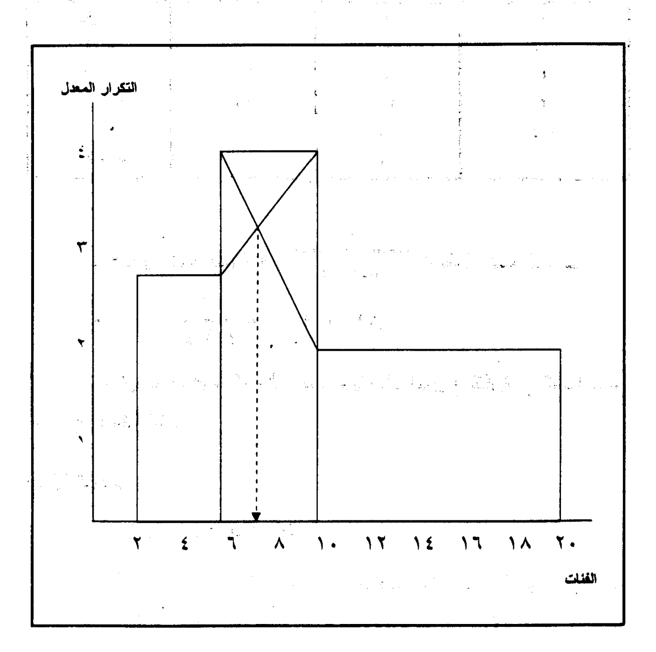
(أ) لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

(ب) يمكن إيجاده للظواهر غير الرقمية حتى التى لا يمكن ترتيبهـ مثل الحالة الاجتماعية (أعزب ، متزوج ، ٠٠٠) وفصـــيلة الـــد (أ،ب،أب،و) .

عيوب المنوال :

(أ) لا يعتمد في حسابه على كل قيم المتغير .

(ب) لا يسهل التعامل معه جبرياً .



الفصل التاسع

مقاييس الموضع

Measures of Position

رأينا أن الوسيط يعد من مقاييس النزعة المركزية فهو يفيد في تقديم قيمة متوسطة أو مركزية للتوزيع . ويقدم لنا الوسيط معلومة أخري هامة فهو يقسم القيم إلي مجموعتين متساويتين من حيث العدد ، فإذا كنا بصدد دراسة دخل الفرد في مجتمع معين ، وكان الوسيط هو ألف دولار فإن ذلك يعني أن نصف المجتمع دخله أقل من ألف ونصفه الأخر أكبر من ألف . وهناك علي أي حال مقاييس أخري تفيد في نفس الغرض ، وتسمي مقاييس الموضع position أو المجزآت Quantiles ويمكن تعريفها بأنها عبارة عن مجموعة من القيم تجزئ التكرار الكلي بنسب معينة .

٩-١ الربيعات Quartiles

الربيعات ، وهي ثلاثة قيم تجزئ التكرار الكلي إلي أربعة أجزاء ، وهذه الربيعات الثلاث تسمي الربيع الأول والثاني والثالث ، فإذا رمزنا إليها بالرموز ر١ ، ر٢ ، ر٣ ورتبنا القيم ترتيباً تصاعدياً فإنها تبدو كما يلي :

ر١ ر٢ ر٣

أي أن :

ر١ : الربيع الأول (الأدني) وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها

ر٢ : الربيع الثاني وهو القيمة التي يسبقها ربع القيم الأصغر منها

ر٣ : الربيع الثالث (الأعلي) القيمة التي يسبقها ٣/٤ القيم الأصغر منها .

ويلاحظ أن ر٢ هو الوسيط . ولذا أن طريقة حساب الربيع هي نفس طريقة حساب الوسيط ، ويمكن عرضها كما يلي :

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً .

(٢) إيجاد ترتيب أو رتبة الربيع وفقا لما يلي :

ترتيب الربيع

بيانات الربيع	الأول	الثاني	الثالث
مبوبة	١/٤ ن	١/٢ ن	٣/٤ ن
غير مبوبة	١/٤ (ن+١)	١/٢(ن+١)	٣/٤(ن+١)

(٣) إيجاد قيم الربيع :

$$ر = ب + \frac{ت - ك.ص.س}{ك} \times ل \qquad (٩-١)$$

وهذه الصيغة مماثلة تماماً لصيغة إيجاد قيمة الوسيط ويمكن اعتبار هذه الصيغة عامة لإيجاد الربيع (الأول – الثاني – الثالث) حيث :

ر : الربيع ، وهنا يجب وضع دليل لهذا الرمز ، أحد الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ .

ت : ترتيب الربيع ...

ك.ص.س : التكرار الصاعد السابق لفئة الربيع

ك : تكرار فئة الربيع

ل : طول فئة الربيع

تطبيق (٩-١)

أوجد الربيع الأول والثاني والثالث لمجموعة القيم التالية :

١٣ ، ٩ ، ١٨ ، ٦ ، ٢٧ ، ٣٥ ، ٢٢

• الحـــل :

(١) ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ .

(٢) ترتيب الربيع الأول : = $\frac{١}{٤}$ (٧ + ١) = ٢

ترتيب الربيع الثاني : = $\frac{٢}{٤}$ (٧ + ١) = ٤

ترتيب الربيع الثالث : = $\frac{٣}{٤}$ (٧ + ١) = ٦

(٣) قيمة الربيعات : ر١ = ٩ ، ر٢ = ١٨ ، ر٣ = ٢٧

تطبيق (٩-٢)

أوجد الربيعات الثلاثة في التطبيق السابق في حالة إضافة القيمة ٣٩ .

• الحـــل :

ترتيب القيم : ٦ ، ٩ ، ١٣ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٥ ، ٣٩

ترتيب ر١ = $\frac{١}{٤}$ (٨ + ١) = = ٢ ١/٤

ترتيب ر٣ = $\frac{٢}{٤}$ (٨ + ١) = = ١/٢ ٤

ترتيب ر٣ = $\frac{٣}{٤}$ (٨ + ١) = = ٣/٤ ٦

ر١ = القيمة التي تقع في الترتيب الثاني مضافاً إليها $\frac{١}{٤}$ الفرق بين هذه القيمة والتي تليها .

ر١ = ٩ + ١/٤ (١٣ – ٩) = ١٠

ر٢ = ١٨ + ١/٢ (٢٢ – ١٨) = ٢٠

ر٣ = ٢٧ + ٣/٤ (٣٥ – ٢٧) = ٣٣

تطبيق (٩-٣)

أوجد الربيع الأول والثالث في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة فى التطبيق (٥-١)

* الحـــل : انظر التطبيق (١٠-٣)

إيجاد الربيع بالرسم :

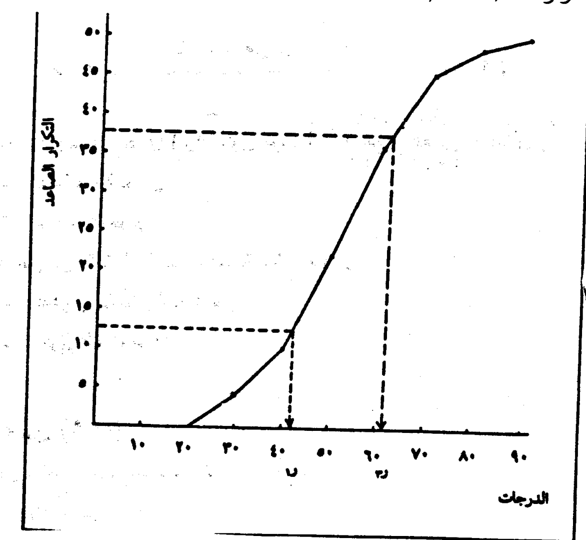
يمكر إيجاد قيم ر١ ، ر٣ من الرسم باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد بأسلوب مشابه تماماً لحساب الوسيط . وفي هذه الحالة تكون قيمة ر١، ر٣ هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد ١/٤ ن ، ٣/٤ ن على الترتيب .

تطبيق (٩-٤)

أوجد الربيع الأدني والربيع الأعلي بالرسم في التطبيق الخاص بدرجات الطلبة فى التطبيق (٥-١)

* الحـــل :

من الشكل التالي يمكن القول أن ر١ = ٤٣ ، ر٣ = ٦٢ وهي القيم الناظرة للتكرارات ١٢,٥ ، ٣٧,٥ .



٩-٢ العشيرات Deciles :

بنفس المفهوم فإن العشيرات ، وعددها تسعة تجزئ التوزيع التكراري الي عشرة أجزاء .

٩-٣ المئينات Percentiles :

وبنفس المفهوم فإن المئينات ، وعددها ٩٩ تجزئ التوزيع التكراري الي مائة جزئ .

- ويمكن عرض الصيغة التالية لإيجاد قيمة المجزئ بصفة عامة

$$\text{جـ} = \text{ب} + \frac{\text{ت} - \text{ك.ص.س}}{\text{ك}} \times \text{ل} \qquad (٩-٢)$$

حيث : جـ : المجزئ (وقد يكون الوسيط – الربيع – العشير – المئين)

ب : بداية فئة المجزئ

ت : ترتيب المجزي

ك.ص.س: التكرار الصاعد السابق لفئة المجزئ

ك : التكرار الأصلي لفئة المجزئ

ت : طول فئة المجزئ

تطبيق (٩-٥)

في مثالنا الخاص بدرجات الطلاب : أوجد

(ا) العشير الرابع

(ب) العشير الثامن

(ج) المئين ٣٥

(د) المئين ٨٥

* الحـــل :

(أ) ترتيب العشير الرابع = ٤/١٠ (٥٠) = ٢٠

إذن فئة العشير الثاني ٤٠ – ٥٠

وبالرجوع للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

ر٣ = ٤٠ + (٢٠ ــ ١٠) / ١٢ × ١٠ = ٤٨,٣

(ب) ترتيب عـ٨ = ٨/١٠ (٥٠) = ٤٠

عـ٨ = ٦٠ + (٤٠ ــ ٣٦) ×١٠ = ٦٤,٤

(ج) ترتيب المئين ٣٥ = ٣٥/١٠٠ (٥٠)= ١٧,٥

مـ٣٥ = ٤٠ + (١٧,٥ ــ ١٠) / ١٢ × ١٠ = ٤٦,٢٥

(د) ترتيب مـ٨٥ = ٨٥/١٠٠(٥٠) = ٤٢.٥

مـ٨٥ = ٦٠ + (٤٢,٥ ــ ٣٦) / ٩ × ١٠ = ٦٧,٢٢

الفصل العاشر

مقاييس التشتت

Measures of Variation

١٠-١ الأهمية

خاصية التشتت ، أو التنوع ، أو الإختلاف بين القيم لا تفصح عنها مقاييس النزعة المركزية ، ويستخدم لهذا الغرض مقاييس أخري يطلق عليها مقاييس التشتت نعرض منها:

(أ) المدي .

(ب) الانحراف الربيعي .

(د) التباين ، والانحراف المعياري .

(هـ) معامل الاختلاف .

وهذه المقاييس كلها يتم استخدامها في حالة البيانات الكمية .

(و) دليل الإختلاف الكيفى(Index of qualitative variation (IQV .

ويستخدم لقياس التشتت فى المتغيرات الكيفية

إن مقاييس التشتت على درجة كبيرة من الأهمية ، وبصفة خاصة التباين والإنحراف المعيارى ، حيث يبنى عليهما الكثير من النظريات الإحصائية التى تعد الأساس فى تنفيذ البحوث العلمية .

١٠-٢ المدى The Range

يعرف المدي لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين اكبر قيمة وأصغر قيمة ،أى :

المدي = اكبر قيمة - أصغر قيمة (١٠- ١)

تطبيق (١٠-١)

أوجد المدى لمجموعة القيم :

٧ ، ٦ ، ٩ ، ٤ ، ٨ ، ٦

الحل : المدى = ٩ - ٤ = ٥

وفي **البيانات المبوبة في** جدول تكراري ، **يعرف المدي بأنه** الفرق بين الحد الأعلي للفئة العليا وبين الحد الادني للفئة الدنيا .

فإذا نظرنا الي التوزيع التكراري لدرجات الطلبة الموضح بالجدول رقم (٥-٢) نجد أن المدي = ٩٠ - ٢٠ = ٧٠ درجة .

ويمتاز المدى بسهولة حسابه ووضوح فكرته وهو يستخدم كيثيرا في مراقبة جودة الانتاج وفي وصف الأحوال الجوية .

ومن عيوب المدى أنه لا يعتمد في حسابه علي كل القيم ، بل يحسب من واقع قيمتين فقط اكبر قيمة واصغر قيمة ، وهو لذلك يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة.

١٠-٣ الإنحراف الربيعى Quartile deviation

الانحراف الربيعي هم أحد مقاييس التشتت ، والتي يتم حسابه بعد استبعاد بعض القيم المتطرفة أو الشاذة . وبالتحديد فهو يستبعد ربع القيم الصغيرة من ناحية وربع القيم الكبيرة من ناحية أخري . فإذا كان لدينا مجموعة من القيم وقمنا بتقسيمها إلي أربع أقسام فإنه يمكن تصورها كما يلي :

ر١ ر٢ ر٣

ويعرف الانحراف الربيعي بأنه يساوي نصف المدى بين الربيع الثالث والربيع الأول[1] . أي أن :

(ح) الانحراف الربيعي = $\frac{\text{ر٣} - \text{ر١}}{٢}$ (١٠-٢)

تطبيق (١٠-٢)

أوجد الانحراف الربيعي لمجموعة القيم التالية :

٩٦ ، ٨٨ ، ٨٠ ، ٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٧٦ ، ٦٨

* **الحـــل :**

نقوم أولا بترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً :

[1] راجع القسم ٩-١

٢٤ ، ٢٨ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ٦٨ ، ٧٦ ، ٨٠ ، ٨٨ ، ٩٦

ترتيب الربيع الأول = (١/٤) (١١ + ١) = ٣

الربيع الأول (ر١) = ٣٢

ترتيب الربيع الثالث = (٣/٤) (١١ + ١) = ٩

الربيع الثالث (ر٣) = ٨٠

الانحراف الربيعي = (٨٠-٣٢) /٢ = ٢٤

تطبيق (١٠-٣)

أوجد الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الموضح بالجدول رقم (٥- ٢) :

* الحـــل :

ترتيب الربيع الأول (ر١) = (١/٤) (٥٠) = ١٢,٥

ترتيب الربيع الثالث ( ) = ٣/٤ (٥٠) = ٣٧,٥

$$ر١ = ٤٠ + \frac{١٢,٥ - ١٠}{١٢} \times ١٠ = ٤٠ + ٢,١ = ٤٢,١$$

$$ر٣ = ٦٠ + \frac{٣٧,٥ - ٣٦}{٩} \times ١٠ = ٦٠ + ١,٧ = ٦١,٧$$

الانحراف الربيعي = ١/٢ (٦١,٧ – ٤٢,١) = ٩,٨

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد
٢٠ – ٣٠	٤	٤
٣٠ – ٤٠	٦	١٠
٤٠ – ٥٠	١٢	٢٢
٥٠ – ٦٠	١٤	٣٦
٦٠ – ٧٠	٩	٤٥
٧٠ – ٨٠	٣	٤٨
٨٠ – ٩٠	٢	٥٠

هذا ويمكن حساب قيمة ر١ ، ر٣ من الرسم باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، وتكون قيم ر١ ، ر٣ هي القيم المناظرة للتكرار الصاعد ١٢,٥ ، ٣٧,٥ علي الترتيب.

١٠-٤ التباين Variance

والإنحراف المعيارى Standard deviation

يعرف التباين بأنه المتوسط الحسابي لمربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ، وهما يعتبران أهم مقاييس التشتت وأكثرها تطبيقاً . ويستخدم الرمز σ (ويقرأ سيجما) للتعبير عن الانحراف المعياري ، وهو من الحروف اليونانية .

فإذا كان لدينا القيم س١ ، س٢ ، .... ، س ن ، فإن

التباين σ^2 = مج (س – س‾)٢ / ن　　　　(١٠-٤)

σ = √ التباين (١٠-٥)

تطبيق (١٠-٤)

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

= ٤ ، ٦ ، ٢ ، صفر ، ٣ ، ٥ ، ٨

الحل :

س- = ٢٨ /٧ = ٤

ويتم حساب التباين كما يلي :

س	(س- س-)	(س – س-)٢
٤	صفر	صفر
٦	٢	٤
٢	٢-	٤
صفر	٤-	١٦
٣	١-	١
٥	١	١
٨	٤	١٦
٢٨		٤٢

والصيغة التالية أكثر سهولة من الناحية الحسابية :

σ^2 = ١/ن [مج س٢ – (مج س)٢ / ن] (١٠- ٦)

تطبيق (١٠-٥)

أوجد التباين والانحراف المعياري للمجموعة التالية :

٢ ، ٣ ، ١ ، ٧ ، ١٠ ، ٥ ، ٨

• الحـــل :

س	س^٢
٢	٤
٣	٩
١	١
٧	٤٩
١٠	١٠٠
٥	٢٥
٨	٦٤
٣٦	٢٥٢

σ^2 = (١/ ٧) [٢٥٢ - (٣٦)^2/٧] = ٩,٥٥١

σ = $\sqrt{}$٩,٥٥١ = ٣,٠٩٠

البيانات المبوبة :

يتم حساب التباين بنفس الصيغة السابقة مع أخذ التكرارات (ك) في الحسبان أي أن :

σ^2 = ١ /ن [مج س٢ ك- (مج س ك)^2 / ن] (١٠-٧)

تطبيق (١٠-٦)

أوجد التباين والإنحراف المعيارى للتوزيع التكراري لدرجات الطلاب الواردة بالجدول (٥-٢)

الحل

الدرجات	التكرار ك	مركز الفئة س	ك س	ك س٢
٢٠ – ٣٠	٤	٢٥	١٠٠	٢٥٠٠
٣٠ – ٤٠	٦	٣٥	٢١٠	٧٣٥٠
٤٠ – ٥٠	١٢	٤٥	٥٤٠	٢٤٣٠٠
٥٠ – ٦٠	١٤	٥٥	٧٧٠	٤٢٣٥٠
٦٠ – ٧٠	٩	٦٥	٥٨٥	٣٨٠٢٥
٧٠ – ٨٠	٣	٧٥	٢٢٥	١٦٨٧٥
٨٠ – ٩٠	٢	٨٥	١٧٠	١٤٤٥٠
	٥٠		٢٦٠٠	١٤٥٨٥٠

σ^{2} = (١/٥٠) [١٤٥٨٥٠−(٢٦٠٠)٢/٥٠] = ٢١٣

σ = √ ٢١٣ = ١٤,٥٩٥

6 = ٢١٣ = ١٤,٥٩٥

١٠-٥ معامل الإختلاف

(Coefficient of variation): (C.V.)

إن معنوية مقدار الانحراف المعياري المستخرج لمتغير ما يعتمد علي قيم هذا المتغير . ولتوضيح ذلك نفترض أننا بصدد قياس أوزان طلبة المرحلتين الابتدائية والثانوية ، وكانت النتائج كما يلي :

	الانحراف المعيارى	متوسط الحسابى
طلبة المرحلة الابتدائية	١٠ كجم	٤٠ كجم
طلبة المرحلة الثانية	١٠ كجم	٧٠كجم

فمعنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الابتدائية تزيد عن معنوية المقدار ١٠ كانحراف معياري لطلبة المرحلة الثانوية . أي أننا لا نستطيع القول أن التشتت واحد في الحالتين حيث يختلف مقدار المتوسط الحسابي (أو قيم المتغير) .

ولتخليص قيم الانحراف المعياري من أثر هذا الخلاف في قيم المتغير فإننا نقوم بنسبة مقدار الانحراف المعياري إلي المتوسط ، ويسمي ذلك المقياس الهام معامل الاختلاف ، أي أن

م. أ = σ / $\bar{س}$ (١٠-٨)

وأحياناً يضرب الرقم في ١٠٠ لنحصل عليه كنسبة مئوية .

وبحساب معامل الاختلاف لأوزان الطلبة أعلاه نجد أن :

في المرحلة الابتدائية = $\frac{١٠}{٤٠}$ = ٠,٢٥

في المرحلة الثانوية = $\frac{١٠}{٧٠}$ = ٠,١٤

ومن ذلك يتضح أن التشتت فىالأوزان اكبر بين طلاب المرحلة الابتدائية .

ويمكن عن طريق معامل الاختلاف مقارنة التشتت بين الظواهر المختلفة ، حيث تختلف وحدات القياس . وذلك لأن معامل الاختلاف يخلص قيم الظاهرة من وحدة القياس . فإذا كنا بصدد قياس أوزان وأطوال طلاب المرحلة الابتدائية، وكانت النتائج كما يلي :

	الانحراف المعيارى	المتوسط الحسابى
الاوزان	١٠كجم	٤٠كجم
الاطوال	١٤كجم	١٤٠كجم

فإننا لا نستطيع القول استناداً إلي الانحراف المعياري وحده بأن التشتت في الأطوال اكبر من التشتت في الأوزان ، وذلك لإختلاف وحدات القياس (بالاضافة إلي اختلاف المتوسطات) ويصبح من الضرورة استخدام معامل الاختلاف لأغراض المقارنة ، كما يلي :

م. أ للأوزان = ٤٠/١٠ = ٠,٢٥

م. أ للأطوال = ١٤ / ١٤٠ = ٠,١

وعلي ذلك نستطيع القول بأن التشتت في الأوزان أكبر من التشتت في الأطوال

١٠-٦ دليل الإختلاف الكيفى

(Index of Qualitative variation): (I.Q.V.)

المقاييس السابقة للتشتت يمكن استخدامها في حالة المتغيرات الرقمية فقط. أما إذا كنا بصدد قياس التشتت أو الاختلافات في المتغيرات الكيفية فإنه توجد مجموعة من المقاييس المعدة لهذا الغرض ، نعرض ما نراه أهم هذه المقاييس وهو ما نطلق عليه دليل الاختلاف الكيفي (د. أ .) ويستخدم هذا المؤشر علي

سبيل المثال لقياس الاختلافات في الحالة الاجتماعية (متزوج – أعزب – أرمل – مطلق) والجنسية (مصري – سعودي – اميركي – ...) ، نوع الجريمة (قتل – سرقة – رشوة – ...) ، الديانة (مسلم – مسيحي – يهودي) ، الوظيفة (إداري – فني – كتابي ...) ... الخ .

كما يمكن استخدام هذا المؤشر لقياس التشتت للمتغيرات التي يمكن ترتيبها كما في حالة تقديرات الطلاب مثلاً علي أساس (ممتاز – جيد – جيد جداً ..) والحالة الاجتماعية والاقتصادية (ممتازة – متوسط – ..) ... الخ .

غير أنه في مثل هذه الحالات فإن هذا الدليل لا يأخذ الترتيب في الاعتبار.

ولتوضيح مفهوم هذا المقياس نفرض المجموعات الأربع التالية وكل منها يمثل مجموعة من ستة أشخاص مختلفي الجنسيات – ونود قياس الاختلاف أو التشتت بينهم من ناحية الجنسية .

	المجموعة الأولي	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة	المجموعة رابعة
مصري	٦	٥	٣	٢
سعودي	٠	١	٢	٢
عراقي	٠	٠	١	٢
	٦	٦	٦	٦

من الواضح أن المجموعة الأولي تمثل حالة من التجانس التام أو عدم وجود تشتت من حيث الجنسية ، حيث أن كل أفراد المجموعة من جنسية واحدة (مصري) . وفي المجموعة الثانية بدأ يظهر شيء من الاختلاف يمكن قياسه رقمياً باعتبار وجود خمس حالات اختلاف حيث أن كل شخص مصري يختلف

عن الشخص السعودي من حيث الجنسية . وفي المجموعة الثالثة بدأ التشتت يتزايد داخل المجموعة ويمكن قياسه بعد حالات الخلاف كما يلي :

ثلاثة مصريين يختلفون عن ثلاثة آخرين فيكون عدد حالات الخلاف ٣ × ٣ = ٩ ؛ كما يوجد شخصان سعوديان يختلفان عن العراقي أي عدد حالات الخلاف ٢ × ١ = ٢ ؛ ويكون مجموعة حالات الخلاف في المجموعة الثالثة هي ١١ حالة وفي المجموعة الرابعة زاد التشتت إلي أقصاه حيث تكون عدد حالات الخلاف كما يلي :

٢ مصري يختلفون عن ٤ من جنسيات اخري (٢ × ٤ = ٨)

٢ سعودي يختلفون عن ٢ عراقي (٢ × ٢ = ٤)

وتكون عدد حالات الخلاف الكلية = ١٢

وبتلخيص ما سبق نجد أن عدد حالات الخلاف في المجموعات الأربع كما يلي:

صفر ، ٥ ، ١١ ، ١٢

هذا هو ما يجري عند استخدام (د . أ .) غير أنه يتم القسمة دائماً علي عدد حالات الاختلاف القصوى ، أي أن

$$\text{د . أ} = \frac{\text{عدد الاختلافات الفعلية}}{\text{عدد الاختلافات القصوى}}$$

وعليه تصبح المقادير اعلاه كما يلي صفر ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ ، ١ للمجموعات الأربع علي التوالي .

وبذلك تنحصر قيمته دائماً بين الصفر والواحد الصحيح .

ولعرض الصيغة العامة لحساب هذا المؤشر نفرض أن المتغير مصنف الي عدد من التصنيفات أو الفئات قدره م ، وهي ك١ ، ك٢ ، ... ، ك م .

ومجموعها مجـــ ك = ن .

عدد الاختلافات الفعلية (خ) = مجـــ ك ر ك ل حيث ر أصغر من ل أي يتم جمع حاصل ضرب كل تكرار في الأخر دون تكرار

عدد الاختلافات القصوي = ١/٢ م (م - ١)(ن/م)٢

ويمكن عرضها أيضاً علي الصورة : ن٢ /٢ (م-١)/ ٢

وتكون الصيغة النهائية كما يلي :

م . أ : = ٢م خ / ن٢ (م-١) (١٠-٩)

ويلاحظ أن (د . أ .) يمكن حسابه باستخدام التكرار الأصلي كما يمكن استخدام التكرار النسبي .

تطبيق (١٠-٧)

في دراسة لقياس درجة التخصص وتقسيم العمل في احدي المجتمعات تم تصنيف المهن كما هم موضح بالتوزيع التكراري التالي .

والمطلوب : قياس التشتت باستخدام دليل الاختلاف الكيفي

المهن	عمال عاديون	عمال مهرة	فنيون	أخري
التكرار %	٥٠	٢٠	٢٠	١٠

* الحـــــل :

خ = ٥٠ (٢٠ + ٢٠ + ١٠) + ٢٠ (٣٠) + ٢٠ (١٠) = ٣٣٠٠

د . أ = ٢(٣٣٠٠) (٤) / (١٠٠)٢(٣) = ٠,٨٨

الفصل الحادي عشر

مقاييس المركز النسبي

Measures of relative Position

١١-١ الأهمية

إن القيم الخام في حد ذاتها لا تتضمن معنى كاف للإفصاح عن حقيقتها ومركزها كما أنها في كثير من الأحيان لا تصلح لأغراض المقارنات أو لأغراض دمجها مع مثيلاتها من القيم الأخري . فبفرض أن أحد الطلبة حصل علي ٦٠ درجة في اختبار الإحصاء ، فكيف يكون حكمنا علي مستوي هذا الطالب إذا علمنا أن درجة الاختبار من مائة ؟ هل نستطيع القول أن مستواه عال - متوسط - منخفض ؟ في الحقيقة لا نستطيع . قد يكون الاختبار صعباً الي درجة كبيرة وأن هذا الطالب قد حصل علي اعلي درجة ، وبذلك يمكن القول أن مستوي هذا الطالب عال ، وبالعكس قد يكون الاختبار سهلاً للغاية ، وقد تكون هذه الدرجة اقل الدرجات ، وبذلك يمكن القول أن مستوي هذا الطالب منخفضاً . أي أن القيم الخام يحسن الحكم عليها في ضوء مركزها النسبي من المجموعة التي تنتمي إليها .

ونعرض فيما يلي لنوعين من المقاييس الاحصائية التي تستخدم لتحديد المراكز النسبية للقيم وهما الرتبة المئينية والدرجة المعيارية .

١١-٢ الرتبة المئينية Percentile rank

عند ترتيب القيم **ترتيباً تصاعدياً** يمكن إستخدام الرتب لبيان المركز النسبي لهذه القيم ، علي أنه لأغراض المقارنات وزيادة الايضاح فإنه يفضل عرض هذه الرتب كنسب مئوية ، وتعرف الرتبة المئينية لقيمة معينة في مجموعة معينة بالنسبة المئوية لعدد القيم الأقل منها ، وتحسب بالصيغة التلية :

$$[س] = \frac{١٠٠}{ن} \left(رتبة\ س - ٠,٥ \right) \qquad (١١-١)$$

حيث : [س] **الرتبة المئينية للقيمة س**

ن **عدد القيم فى المجموعة**

رتبة س تحدد علي أساس ترتيب القيم تصاعدياً . وفي حالة وجود قيود أي تكرارفى بعض القيم ، تحسب الرتبة علي أساس متوسط رتب هذه القيم . أما بالنسبة **للبيانات المبوبة** ، يمكن الحصول علي هذه الرتب بسهولة وذلك برسم المضلع (أو المنحني) التكراري المتجمع الصاعد – وذلك بعد تحويل التكرارات إلي تكرارات نسبية . كما أنه يمكن استخدام الصيغة التالية مباشرة.

$$[س] = \frac{١٠٠}{ن} \left[ك.ص.س + \frac{س - ب}{ل} \times ك \right] \qquad (١١-٢)$$

حيث : ك.ص.س = التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة التى تحوى س

ب = بداية الفئة

ل = طول الفئة

ك = تكرار الفئة

تطبيق (١١-١)

للتوزيع التكراري الموضح أدناه ، أوجد الرتبة المئينية المقابلة للدرجة ٧٧

(أ) عن طريق الرسم

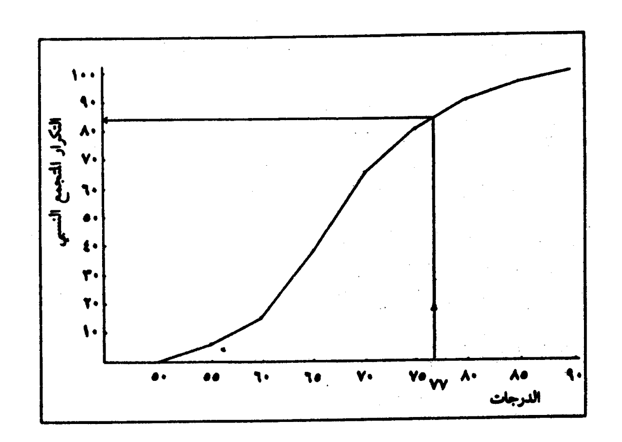
(ب)باستخدام الصيغة الحسابية

الحل :

(أ) عن طريق الرسم :

نبدأ بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد ثم التكرار النسبي ومن الرسم أدناه نجد أن نسبة التكرار المناظرة للدرجة ٧٧ هي ٨٤ تقريباً وهي الرتبة المئينية

الدرجات	التكرار	التكرار الصاعد	التكرار الصاعد النسبي
٥٠ – ٥٥	١٠	١٠	٥
٥٥ – ٦٠	٢٠	٣٠	١٥
٦٠ – ٦٥	٤٦	٧٦	٣٨
٦٥ – ٧٠	٥٤	١٣٠	٦٥
٧٠ – ٧٥	٣٠	١٦٠	٨٠
٧٥ – ٨٠	٢٠	١٨٠	٩٠
٨٠ – ٨٥	١٢	١٩٢	٩٦
٨٥ – ٩٠	٨	٢٠٠	١٠٠
	٢٠٠		



(ب)باستخدام الصيغة الحسابية:

$$[٧٧] = \frac{١٠٠}{٢٠٠}\left[١٦٠ + \frac{٧٧ - ٧٥}{٥}(٢٠)\right] = ٨٤$$

بايجاد الرتب المئينية يتم تحويل القيم الخام (سواء كانت رقمية او غير رقمية ويمكن ترتيبها) الى اخرى حتى يمكن فهمها وتفسيرها ، كما يمكن استخدامها لغرض المقارنات مع غيرها من القيم. ويعاب على الرتب المئينية انها لا تعتبر مقياسا أو تدريجا له وحدات متساوية ، وبالتالى فإنه لا يمكن جمعها (أو إيجاد متوسط مجموعةمن الدرجات مثلا) – واخيرا فإن الرتبة المئينية توضح لنا المركز النسبى للقيمة الخام فى ضوء مجموعة معينة من القيم ويجب تفسيرها فى ضوء ذلك .

١١-٣ الدرجة المعيارية Standard Score

تعتبر الدرجة المعيارية من اهم مقاييس المركز النسبى ، وهى تعبر عن بعد الدرجة الخام عن المتوسط الحسابى للمجموعة ، ويقاس هذا البعد بوحدات من الانحراف المعيارى . ويتم حساب الدرجة المعيارية سَ لاى قيمة س فى المجموعة كما يلى :

$$\text{سَ} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma} \qquad (١١-٣)$$

وهذه القيم المعيارية تمكننا من تفهم طبيعة القيم الخام ، ومقارنتها كما انها تقدم مقياسا او تدريجا له وحدات متساوية ، وبالتالى فإنه يمكن جمع مجموعة من درجات الطالب مثلا.

وكما تحدثنا بالنسبة للرتبة المئينية فإن الدرجة المعيارية لقيمة ما تعبر كذلك عن مركزها النسبى فى ضوء مجموعة معينة من القيم.

ومن أهم خصائص الدرجات المعيارية أن متوسطها الحسابى يساوى صفر وإنحرافها المعيارى يساوى واحد

تطبيق (١١-٢)

فى أى المادتين يكون مستوى الطالب أفضل :

	الإحصاء	الإجتماع
درجة الطالب	٦٠	٧٠
المتوسط الحسابى لدرجات الطلبة	٥٤	٦٥
الإنحراف المعيارى	٢	٢,٥

• الحل :

الدرجة المعيارية لدرجة الاحصاء = $\frac{٦٠-٥٤}{٢}$ = ٣

الدرجة المعيارية لدرجة الاجتماع = $\frac{٧٠ - ٦٥}{٢,٥}$ = ٢

وبالتالى يعتبر مستواه فى الاحصاء أفضل من مستواه فى الاجتماع حيث ان درجته فى الاجتماع تبعد بدرجتين فقط عن متوسط الطلبة ، بينما فى الإحصاء يبعد بثلاث درجات .

تطبيق (١١-٣)

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية :

٢، ٣، ٤، ٥ ، ٦، ٧ ، ٨

الحل:

س	س٢	سَ
٢	٤	-١,٥
٣	٩	-١
٤	١٦	-.٥
٥	٢٥	صفر
٦	٣٦	.٥
٧	٤٩	١
٨	٦٤	١,٥

٣٥	٢٠٣

$$\bar{س} = \frac{مج\ س}{ن} = \frac{٣٥}{٧} = ٥$$

$σ_س = ٢$

$$\bar{س} = \frac{س - \bar{س}}{σ}$$

وعلى سبيل المثال تكون الدرجة المعيارية لقيمة س = ٢ كما يلى :

$$\bar{س} = \frac{٢-٥}{٢} = \frac{-٣}{٢} = -١,٥$$

وتكون الدرجة المعيارية للقيمة ٣ كما يلى :

$$\bar{س} = \frac{٣-٥}{٢} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

وهكذا يتم حساب الدرجات المعيارية لباقى القيم (ويمكنك التحقق من ان متوسطها يساوى صفرا وان انحرافها المعيارى يساوى واحد صحيح).

١١-٤ الدرجة المعيارية المعدلة

يلاحظ على الدرجات المعيارية انها تتضمن بالضرورة بعض القيم السالبة . وهذه الامور غير مرغوب فيها ويصعب تفهمها خاصة بالنسبة للقارئ العادى وللتخلص من هذه الأمور يتم تحويل الدرجات المعيارية إلى درجات معيارية أخرى ؛ وهي على أى حال كثيرة ومتعددة، ويمكن إنشائها بصيغة التحويل التالية :

ص = أ + ب سَ (١١-٤)

حيث : ص = هى الدرجة المعيارية المعدلة.
أ = المتوسط الحسابى المرغوب فيه للقيم الجديدة .
ب = الانحراف المعيارى المرغوب فيه للقيم الجديدة.

تطبيق (١١-٤)

حول مجموعة القيم التالية الى درجات معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى يساوى ١٠

٢، ٣، ٤، ٥ ، ٦، ٧ ، ٨

الحل :

نبدأ اولا بإيجاد الدرجات المعيارية سَ وهذه تم الحصول عليها بالمثال السابق، ثم نعوض فى الصيغة الموضحة اعلاه ، كما هو موضح فيما يلى:

س	سَ	ص= ٥٠+١٠سَ
٢	-١,٥	٣٥
٣	-١	٤٠
٤	-٠,٥	٤٥
٥	صفر	٥٠
٦	٠,٥	٥٥
٧	١	٦٠

٨	١,٥	٦٥

* ملحوظة : يمكنك التحقق من ان قيم ص متوسطها يساوى ٥٠ وانحرافها المعيارى يساوى ١٠ .

تطبيق (١١-٥)

المطلوب تعيين الطالب المثالى (الحاصل على افضل تقدير) وذلك من اوئل المستويات المختلفة ، فى احدى الكليات وذلك من اوائل المستويات المختلفة ، فى إحدى الكليات باستخدام البيانات التالية :

المستوى الدراسى	الاول	الثانى	الثالث	الرابع
معدل الطالب الاول	٩٢	٩٠	٨٨	٨٧
متوسط درجات الطلبة س-	٦٢	٦٦	٦٨	٦٩
الانحراف المعيارى	١٠	٦	٤	٣

الحل :

الدرجة المعيارية سَ = ٣ ، ٤ ٥ ٦

حيث سَ كما وردت بالصيغة (١١-٣)

وبذالك يكون الطالب المثالى هو اول المستوى الرابع .

تطبيق (١١-٦)

فى مادة الاحصاء حصل أحد الطلاب على ٨٠ درجة فى احد الاختبارات وعلى ٧٥ درجة فى اختبار اخر. فهل يعنى ذلك أن مستواه قد انخفض ؟ اجب فى ضوء البيانات التالية :

	المتوسط الحسابى	التباين
الاختبار الاول	٧٠	١٦
الاختبار الثانى	٦٦	٩

الحل :

يمكن القول ان مستواه قد ارتفع حيث ان درجاته المعيارية هى ٢,٥ ؛ ٣ على الترتيب.

الفصل الثانى عشر

الأرقام القياسية

Index Numbers

١٢-١ الأهمية

الرقم القياسي هو مؤشر أو مقياس للتغير النسبي في متغير ما أو في مجموعة من المتغيرات في فترة معينة بالمقارنة بفترة سابقة ٠ فمثلا إذا كان سعر سلعة ما في سنة ١٩٧٠ هو ٥٠ ريالا وأصبح ٩٠ ريالا في سنة ١٩٨٠ فإن الرقم القياسي للسعر في سنة ١٩٨٠ باعتبار أن ١٩٧٠ هي سنة الأساس هو : ٩٠ / ٥٠ × ١٠٠ =١٨٠%

فالرقم القياسي يعرض كنسبة مئوية – علي أن علامة النسبة المئوية غالبا ما تحذف وتسمي سنة ١٩٧٠ سنة الأساس ، وسنة ١٩٨٠ سنة المقارنة ..

ويوضح الرقم القياسى أن سعر السلعة زاد في سنة المقارنة ٨٠ % عما كان عليه في سنة الأساس وعموماً فإن لكل رقم قياسي فترة أساس . وفي هذا المثال فإن فترة الأساس هي سنة ١٩٧٠ . وغالبا ما يعبر عن ذلك بـ١٩٧٠ = ١٠٠

ويتم اختيار **فترة الأساس** بحيث تكون فترة طبيعية مستقرة لا تتضمن ظروف غير عادية كالحروب أو الأضرابات أو الكساد أو المجاعة . وفترة الأساس قد تكون يوم معين أو منتصف شهر معين أو سنة أو عدة سنوات .

وتستخدم الأرقام القياسية لقياس التغير الذي يطرأ علي العديد من الظواهر الأقتصادية و الأجتماعية ، مثل تغيرات الأسعار ، وتغيرات القوة الشرائية للنقود ، الدخل القوى ، الاستهلاك ، الانتاج ، الصادرات ، الواردات ،البطالة ، تكاليف المعيشة ، الأجور ، أرباح الشركات ، إنتاجها ، مبيعاتها ، ... الخ.

وللملائمة نكتفي بعرض الأرقام القياسية للأسعار ، حيث أن تكوين الأرقام القياسية للظواهر الأخري كالكميات أو القيم يتم بنفس الأسلوب

١٢-٢ الأرقام القياسية البسيطة Simple

في حالة قياس التغير في سعر إحدي السلع ، كما فى المثال أعلاه ، فإن الرقم القياسي يتم إيجاده كما يلي :

الرقم القياسي = س١ / س٠ ×١٠٠ (١٢-١)

حيث س١ تمثل سعر السلع في سنة المقارنة ،س. سعر السلعة في سنة الأساس ،وفي حالة قياس التغير في أسعار مجموعة من السلع فإن :

الرقم القياسي للأسعار = مج س١/ مج س٠×١٠٠ (١٢-٢)

فإذا كان لدينا مجموعة السلع التالية :

السلعة	اسعار ١٩٧٠ (س.)	أسعار ١٩٨٠ (س١)
لبن	٢٠	٣٠
دجاج	٥٠	٩٠
خبز	١٠	٢٠
	٨٠	١٤٠

الرقم القياسي للأسعار = $\frac{١٤٠}{٨٠}$ × ١٠٠ = ١٧٥

ويلاحظ أن الرقم القياسي البسيط يتجاهل الأهمية النسبية للسلع ، كما أنه يتغير بتغير وحدة قياس الكمية ، فمثلا سعر اللبن الموضح يناظر كمية معينة ، فإذا ما تغيرت الكمية يتغير السعر ، وبالتالي يتغير الرقم القياسي المحسوبة . ولذلك فإنه يفضل استخدام الأرقام القياسية المرجحة .

١٢-٣ الأرقام القياسية المرجحة Weighted

تختلف الأرقام القياسية المرجحة بإختلاف الأوزان التي تستخدم في الترجيح ، وهي متعددة ، نذكر اكثرها استخداماً .

١٢-٣-١ رقم لاسبير Laspeyre

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس (ك.) ، ويعرف برقم (لاسبير) وصيغته كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{مج س١ ك٠}}{\text{مج س٠ ك٠}} \times ١٠٠ \qquad (١٢-٣)$$

١٢-٣-٢ رقم باش Paasche

الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (ك١) ، ويعرف برقم (باش)

وصيغته كما يلي

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{مج } س_1 ك_1}{\text{مج } س_0 ك_1} \times ١٠٠ \qquad (١٢-٤)$$

ويلاحظ ما يلي :

١ – لا يتأثر كلا الرقمين إذا ما تغيرت وحدة قياس الكمية ، بخلاف الحال عند حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار.

٢ – إن رقم لاسبير يكون واقعياً في حالة بقاء تشكيلة الكميات المستهلكة في سنة الأساس كما هي في سنة المقارنة ، وذلك ليس محتمل بصفة عامة ، حيث أن تغير الدخول والعادات ، وظهور سلع جديدة ، قد يغير من تشكيلة السلع المستهلكة ، ويعالج رقم باش هذه الحقيقة باستخدامه كميات سنة المقارنة في الترجيح .

٣ – رقم لاسبير يسهل تكوينه ، حيث أنه يستخدم كميات سنة الأساس دائماً في أي سنة من سنوات المقارنة ، ! أما رقم باش فإنه يصعب تكوينه ، حيث أنه يتطلب تحديد الكميات المستهلكة في كل سنة من سنوات المقارنة .

تطبيق (١٢-١)

الآتي اسعار مجموعة من السلع في عامي ١٩٧٠ ، ١٩٨٠ أوجد الرقم القياسي للأسعار باستخدام صيغة لاسبير وباستخدام صيغة باش .

السلعة	الأسعار		الكميات	
	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠
	$س_0$	$س_1$	$ك_0$	$ك_1$

لبن	٢٠	٣٠	١٠٠	٢٥٠
دجاج	٥٠	٩٠	٦٠٠	٨٠٠
خبز	١٠	٢٠	٤٠٠	٣٠٠

* الحل :

السلعة	س١ك.	س.ك.	س١ك١	س.ك١
لبن	٣٠٠٠	٢٠٠٠	٧٥٠٠	٥٠٠٠
دجاج	٥٤٠٠٠	٣٠٠٠٠	٧٢٠٠٠	٤٠٠٠٠
خبز	٨٠٠٠	٤٠٠٠	٦٠٠٠	٣٠٠٠
	٦٥٠٠٠	٣٦٠٠٠	٨٥٥٠٠	٤٨٠٠٠

الرقم القياسي (لاسبير) = ٦٥٠٠٠ / ٣٦٠٠٠ × ١٠٠ = ١٨٠

الرقم القياسي (باش) = ٨٥٥٠٠ /٤٨٠٠٠ × ١٠٠ =١٧٨

١٢-٤ القوة الشرائية Purchasing Power

القوة الشرائية لوحدة النقد (جنيه مثلا) تمثل قيمة الجنيه في سنة معينة بالمقارنة بسنة الأساس . ويستخدم لقياسها معكوس الرقم القياسي للأسعار . فالرقم القياسي للأسعار يمثل كمية النقود المطلوبة لشراء كمية ثابتة من السلع . ومعكوس هذا الرقم وهو القوة الشرائية يمثل كمية السلع التي يمكن شراؤها بمقدار ثابت من النقود وعلي ذلك فإن القوة الشرائية تكون منسوبة إلي فترة أساس الرقم القياسي للأسعار .

$$\text{القوة الشرائية لوحدة النقد} = \frac{١٠٠}{\text{الرقم القياسى للاسعار}} \qquad (١٢-٥)$$

تطبيق (١٢-٢)

إذا كان الرقم القياسي للأسعار في احدي الدول عام ١٩٨٨ بالمقارنة بعام ١٩٧٠ هو ١٨٠ فما هي القوة الشرائية لوحدة النقد عام ١٩٨٨ .

القوة الشرائية = ١٠٠ / ١٨٠ = ٠,٥٥٥

١٢-٥ تعديل القيم Deflating Values

إن وحدات النقد تتخذ أساساً لتقييم وتثمين الأشياء والأصول والخدمات والممتلكات . ومع ذلك فقيمة النقد في تناقص مستمر مع الزمن . وعلي ذلك فإن القيم تفقد معناها الحقيقي ويصعب تفسيرها . كيف نفسر السلاسل الزمنية للدخل والأجور والانتاج والصادرات والواردات و .. إلخ . كيف نفسر قيمة أصول إحدي الشركات وهي مشتراة علي فترات زمنية تختلف فيها القوة الشرائية للنقود .

التعديل Deflation عملية يتم من خلالها تحويل القيمة علي أساس سعر العملة الجاري إلي قيمة أخري علي أساس سعر عملة معياري Standardized ويتم التعديل باستخدام الصيغة التالية :

القيمة المعدلة = القيمة الجارية × القوة الشرائية (١٢-٦)

وتستخدم هذه المعادلة للتوصل إلي ما يسمي الدخل الحقيقي و الأجر الحقيقي والقيم الحقيقية للأصول والممتلكات والقيم الحقيقية للقروض ٠

تطبيق (١٢-٣)

بفرض أن متوسط الأجور ارتفع من ٢٤٠ جنيه عام ١٩٦٠ إلي ٢٦٠ جنيه عام ١٩٧٠ بينما ارتفع الرقم القياسي للأسعار في السنوات نفسها من ١٨٢ إلي ٢٠٨ وضح مدي التغير الحقيقي في مستوي الأجور .

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٦٠ = ٢٤٠ × ١٠٠ /١٨٢ = ١٣٢ جنيه

متوسط الأجر الحقيقي عام ١٩٧٠ = ٢٦٠ × ١٠٠ / ٢٠٨ = ١٢٥ جنيه

أي أن الأجور الحقيقية انخفضت من ١٣٢ إلي ١٢٥ جنيه .

تطبيق (١٢-٤)

إذا علم أن مبيعات إحدي شركات المنسوجات ارتفعت من ٧٦ مليون جنيه عام ١٩٨٠ ألي ٨٢ مليون جنيه عام ١٩٨٧ – بينما ارتفع الرقم القياسي لأسعار المنسوجات في السنتان من ١٦٠ إلي ١٩٠ والمطلوب توضيح التغير الحادث في المبيعات .

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٠ = ٧٦ × ١٠٠/ ١٦٠ = ٤٧,٥ مليون جنيه

المبيعات المعدلة عام ١٩٨٧ = ٨٢ × ١٠٠ / ١٩٠ = ٤٣,٢ مليون جنيه

أي أن المبيعات علي أساس الأسعار الجارية ، زادت بمقدار ٨٢ – ٧٦ = ٦ مليون جنيه ، بينما أن الحقيقة كما تشير إليها القيم المعدلة توضح أن المبيعات قد نقصت بمقدار ٤٧,٥ – ٤٣,٢ = ٤,٣ مليون جنيه

١٢-٦ تغيير الأساس Base Shifting

هناك حالات كثيرة تملي علينا تغيير فترة الأساس للرقم القياسي ، ويمكن عرض أهمها فيما يلي :

(١) بمضي الوقت تصبح فترة الأساس بعيدة عن واقع المجتمع الذي نعيشه ، وبالتالي يفضل اختيار فترة قريبة تتخذ كأساس .

(٢) عند مقارنة رقمان قياسيان أو أكثر ، مثال ذلك مقارنة الرقم القياسي للأجور بالرقم القياسي للأسعار أو مقارنة الأسعار في عدد دول . مثل هذه المقارنات تستلزم توحيد فترة الأساس .

وبعد اتفاق علي فترة قياس جديدة ملائمة نستخدم قيم الأساس المناظرة كمقام يتم علي أساسه باقي القيم .ويمكن استخدام الصيغة التالية :

$$قَ = \frac{ق}{ق_٠} \times ١٠٠ \qquad (١٢-٧)$$

حيث قَ الرقم القياسي الجديد .

ق الرقم القياسي القديم .

ق. الرقم القياسي لفترة الأساس .

تطبيق (١٢-٥)

البيان الموضح أدناه يعرض الأرقام القياسية للأجور والمطلوب تعديل هذه الأرقام باعتبار عام ١٩٨٠ أساس

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
رقم باش	١٠٠	١١٠	١٣٠	١٤٥	١٦٠

الحـــــل :

السنة	رقم باش	رقم باش

	١٩٧٨ = ١٠٠	١٩٨٠ = ١٠٠
١٩٧٨	١٠٠	٧٧
١٩٧٩	١١٠	٨٥
١٩٨٠	١٣٠	١٠٠
١٩٨١	١٤٥	١١٢
١٩٨٢	١٦٠	١٢٣

مثلا : ١٠٠ / ١٣٠ × ١٠٠ =٧٧

الباب الرابع

وصف العلاقه بين متغيرين

الفصل الثالث عشر:الجدول التكرارى المزدوج

١٣-١ الأهمية

١٣-٢ إعداد الجدول

١٣-٣ التوزيع المزدوج النسبى

الفصل الرابع عشر :مقاييس الإرتباط

١٤-١ الأهمية

١٤-٢ معامل إرتباط بيرسون

١٤-٣ معامل إرتباط سبيرمان

١٤-٤ معامل إرتباط جاما

١٤-٥ معامل إرتباط كرامير

الفصل الخامس عشر :مقاييس التقدير

١٥-١ الأهمية

١٥-٢ الإنحدار

١٥-٣ السلاسل الزمنية

تمهيد :

إن غاية العلم هي التحكم في الظواهر والأشياء والأحداث،حتى يمكن إدارة الحياة لما فيه خير الإنسانية . إن ذلك يستلزم أمرين :

١ فهم هذه المتغيرات ، ويستلزم ذلك وصفها وصفا علميا

٢ وصف العلاقة بين المتغيرات ، وتحديد طبيعتها

فى الفصول الســـابقه قدمـــنا عدد مـــن المقاييـــس الإحصائيه التى تهـــدف إلى تحقيق الأمر الأول ؛ ونقدم فى هذا الباب والذى يليه أساليب تحقيق الأمر الثانى .

إن وصف العلاقة بين المتغيرات هى من أهداف العلم الرئيسيية أيا كان المجال ، **ففى العـــلوم الطبيعيه** ، العلاقه بين حجم الغـــاز وضغطـــه ، بين الحراره وتمدد المعادن ، ..
وفى علم **الوراثه** نبحث فى العلاقه بين طول الأب وطول الإبن،بين ذكاءالأب وذكاء الأبن ،لون البشره للأب ولونها للإبن...

وفى **العلوم الطبيه** ، العلاقه بين التدخـــين والإصابه بمرض معـــين ، العمر وضغط الدم ، علاقة مرض معين أو توزيعه حسب السن أوالجنس.

وفى العلوم **الإجتماعيه**،يهتم الباحثون بالعلاقه بين الطبقه الإجتماعيه وبين مستوى الدخل ،درجة التعليم ،ونوع الوظيفه والعلاقه بين التحصيل الدراسى وبين مستوى الذكاء،المستوىالإجتماعى و الإقتصادى ، المستوى التعليمى للوالدين ، وكذاللعلاقه بين الجريمه والبطاله وهكذا بينها وبين مستوى الدخل ،كثافةالسكان وكذا العلاقه بين إنتاجية العامل وبين أجره ،

ظروف معيشته، عمره ، مدة خبرته .

وفى **العلوم الإقتصاديه**،يهتم الباحثون بالعلاقه بين الدخل والإستثمار ، بين سعر السلعـــه والطلب عليهـــا ، بين المحصول الزراعى ومعدل سقوط المطر ،بين الدخل القومى وعدد السكان ،.

.وفى **العلوم الإداريه** يهتم المسؤولون ببحـــث العلاقه بين المبيعـــات والأرباح ، بين حجم الإنتاج والتكلفة ، بين حجم المبيعات والإعلان ... الخ.

هيكل دراسة العلاقه بين المتغيرات

دراسة العلاقه بين المتغيرات تنقسم حسب مايلى :

أولا : طبيعة العلاقة :وفى ذلك تقسم إلى : الإرتباط والتقدير ، وسيتم تخصيص فصل مستقل لعرض كل موضوع منهما.

ثانيا :مستوى القياس : حيث يتم التمييز بين الأساليب حسب مستوى قياس المتغيرات ، أى : متغيرات كمية ،متغيرات ترتيبيه، متغيرات إسميه. وفى ذلك تتعدد الأساليب كثيرا لتلائم كافة التوافيق الممكنة

ثالثا : عدد المتغيرات : حيث يتم التمييز بين:

١ حالة دراسة العلاقه بين متغيرين فقط .

٢ حالة دراسة العلاقه بين عدة متغيرات.

الفصل الثالث عشر

الجدول التكرارى المزدوج

فى‌هذاالتوزيع يتم تنظيم البيانات المتعلقه بمتغيرين س ، ص فى وقت واحد وذلك بهدف وصف العلاقه القائمه بين هذين المتغيرين

١٣-١ الأهمية

١ يعد خطوة مبدأية فى عملية وصف العلاقة بين متغيرين ،

٢ التوزيع التكرارى الوحيد لأى متغير يمكن الحصول عليه من التوزيع الهامشى . وهذا يعنى أنه يعرض ثلاثة توزيعات فى وقت واحد : توزيع س ، توزيع ص ، توزيع س ص

٣ تحقيق كافة المزايا السابق عرضها فى القسم ٥-١ بشأن أهمية التوزيع التكرارى لمتغير وحيد

٤ يعد أساسا لحساب العديد من المقاييس الإحصائية ، وأساسا ضروريا لحساب بعض المقاييس الإحصائية ، مثلا معامل إرتباط كرامير[1] ،وإختبار كا[2] .

٥ يوضح بصورة سريعة تقريبية طبيعة العلاقة بين المتغيرين ، كما هو موضح بالتطبيق (١٣-١)

---

[1] راجع القسم ١٤-٥

[2] راجع القسم ٢٤-٢-٢

١٣-٢ إعداد الجدول المزدوج

تخصص الأعمدة لقيم أحد المتغيرين والصفوف لقيم المتغير الآخر. ويتم إستخدام العلامات لتفريغ القيم داخل الجدول ، كما تم فى حالة إعداد الجدول التكرارى لمتغير وحيد [١] ، مع مراعاة أن كل علامة هنا تخصص لزوج من القيم .

تطبيق (١٣-١)

فيما يلى بيانـــات ثلاثين عاملا . ويمثـــل أحد المتغيرين أجر العامل فى اليوم ،والمتغير اللآخر يمثل إنتاج ذلك العامل، والمطلوب إعداد توزيع تكرارى من خمس فئات منتظمه.

الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر
41	83	35	82	60	90	50	92	67	١ 03
60	86	62	93	47	81	73	100	77	102
75	93	64	88	78	96	50	82	68	92
66	91	31	87	42	89	70	99	79	94
65	95	59	93	55	97	57	88	57	90
43	87	67	98	59	85	68	89	69	94

---

[١] القسم ٥-٢

الحل

يتم تفريغ البيانات فى كشف مزدوج أولا تدون فيه العلامات ، ونبدأ أولا بتحديد طول الفئه.

$$\text{طول الفئه بالنسبه لتوزيع الأجور} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٧٩ - ٣١}{٥} = ٩,٦$$

ويكون طول الفئه المناسب يساوى عشره.

$$\text{طول الفئه بالنسبه لتوزيع الإنتاج} = \frac{١٠٣-٨١}{٥} = ٤،٤$$

ويمكن إعتبار طول الفئه المناسب يساوى خمسه.

وبعد ذلك نقوم بتحديد التكرارات وذلك باستخدام العلامات ، حيث نبدأ بأزواج القيم بالترتيب ، ونضع علامه لكـــل زوج مقابل فئتى الأجر والإنتاج المناظرتين . فمثلا الزوج الأول وهو (٤١ ، ٨٣) نـــخصص له علامه أمام فئة الأجر ٤٠ - ٥٠ وتحت فئةالإنتاج ٨٠ - ٨٥،والزوج الثانى وهو(٦٠ ، ٨٦)نخصص له علامه أمام فئة الأجر ٦٠ - ٧٠ وتحت فئةالإنتاج 85 -٩٠وهكذا حتى ننتهى إلى الزوج الأخير وهو (٦٩، ٩٤)

الأجر الإنتاج	٨٥-٨٠	٩٠-٨٥	٩٥-٩٠	١٠٠-٩٥	١٥٠-١٠٠
٤٠-٣٠	/	/			
٥٠-٤٠	//	//			
٦٠-٥٠	/	//	///	/	
٧٠-٦٠		///	/////	//	/
٨٠-٧٠			//	//	//

الأجر الإنتاج	٨٥-٨٠	٩٠-٨٥	٩٥-٩٠	١٠٠-٩٥	١٥٠-١٠٠	
٤٠-٣٠	١	١				٢
٥٠-٤٠	٢	٢				٤
٦٠-٥٠	١	٢	٣	١		٧
٧٠-٦٠		٣	٥	٢	١	١١
٨٠-٧٠			٢	٢	٢	٦
المجموع	٤	٨	١٠	٥	٣	٣٠

ويلاحظ مايلى:

(١) الجدول التكرارى المزدوج يتكون من مجموعه من الصفوف و مجموعه من الأعمده . وهى بقدر عدد فئات المتغير المتناظر ، والجدول فى التطبيق السابق يحوى خمس صفوف وخمس أعمده.

(٢)الجدول يتكون من مجموعه من الخلايا تحوىالتكرارات المزدوجه ، فمثلا الرقم ٥ الموجودبالصف الرابع والعمودالثالث يعنى أن هناك ٥ عمال أجورهم تقع فىالفئه ٦٠ - ٧٠ وإنتاجهم يقع فى الفئه

٩٠-٩٥

(٣) الجـدول يحـوى عـدد من التوزيعات التكراريه لمتغيرات وحيده

(٤) يمكن إستنتاج طبيعةالإرتباط بصوره تقريبيه من الجدول التكرارى المزدوج ، وبالنظر إلى الجدول التكرارى المزدوج السابق يمكن القـول بأنـه إرتباط طردى بمعنى أنه كلما زاد إنتاج العامل زاد أجره ، ويمكن إستنتاج ذلك من درجة تجمع التكرارات حول القطر الرئيسى (الذى يبدأمن أعلىاليمين) (لاحظ أن المتغيرات مرتبه تصاعديا.)

١٣-٣ التوزيع المزدوج النسبى

لمزيد من الإيضاح يتـم عـرض التـكرارات فى صوره نسبيـه وذلـك بنسبتها إلى أساس معين.وفى حال الجداول المزدوجه يكون من المفيد عرض التكرارات النسبيه بالصوره التاليه: ؟

(أ) نسبة كل التكرارات بالجدول إلىالمجموع الكلى للتكرارات.

(ب) نسبة التكرارات بكل صف إلى مجموع تكرارات الصف.

(ج) نسبة التكرارات بكل عمود إلى مجموع تكرارات العمود.

وبذلك يمكن عرض ثلاثة نسب بكل خليه.

تطبيق (١٣-٢)

فى دراسه للعلاقه بين التحصيل العلمى والغياب قـام باحث تربوى بجمع البيانات التاليه وهى توضح العلاقه بين درجة الطالب فى إحدى المقررارت (س) ونسبة حضوره فيها(ص) .

والمطلوب إعداد توزيع تكرارى مزدوج.

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
70	92	55	79	51	82	42	85	57	83
45	79	60	84	47	82	63	86	53	84
33	75	65	87	39	80	82	95	55	88
64	85	58	83	61	88	65	91	42	77
50	81	52	82	53	79	45	80	55	82
25	80	36	79	59	85	63	90	39	79
65	88	45	80	49	86	54	83	64	85
75	89	42	83	41	79	52	86	78	88
30	76	35	78	25	76	48	83	26	75
20	77	40	85	55	82	46	79	88	92

الحل : راجع التطبيق (٥-١)

عدد الفئات = ٧ من قاعدة ستورج

طول الفئه.

الدرجات = $\frac{٨٨-٢٠}{٧} = \frac{٦٨}{٧}$ = ١٠ تقريبا

نسبة الغياب = $\frac{٩٥-٧٥}{٧} = \frac{٢٠}{٧}$ = ٣ تقريبا

وبتوسـيط العلامات كـما سبق ، نصل إلى التوزيع المزدوج التالى:

س/ص	-٧٥	-٧٨	-٨١	-٨٤	-٨٧	-٩٠	-٩٣	مجموع
-٢٠	٣	١						٤
-٣٠	٢	٤						٦
-٤٠	١	٥	٣	٣				١٢
-٥٠		٢	٨	٣	١			١٤
-٦٠				٤	٣	٢		٩
-٧٠					٢	١		٣
-٨٠						١	١	٢
مجموع	٦	١٢	١١	١٠	٦	٤	١	٥٠

تطبيق(١٣-٣)

فى دراسة العلاقه بين مستوى التعليم (س) والأجر الشهرى (ص) بالألف جنيه – تم جمع البيانات التاليه فى أحد المجتمعات.

والمطلوب : إعداد توزيع تكرارى مزدوج من ثلاث فئات

س	ص	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
ثانوى	٧	جامعى	٩	ثانوى	٨	متوسط	٥	ثانوى	٧
جامعى	٨	متوسط	٢	متوسط	٣	متوسط	٧	جامعى	٨
متوسط	٦	متوسط	٤	متوسط	٩	ثانوى	٦	متوسط	١٢
ثانوى	٩	ثانوى	٣	جامعى	١٣	متوسط	٤	متوسط	٤

الحل :

طول فئه ص = $\frac{١٣ - ٢}{٣}$ = $\frac{١١}{٣}$ = ٤ تقريبا .

س/ ص	٢ – ٦	٦ – ١٠	١٠ – ١٤	مجموع
متوسط	٦	٣	١	١٠
ثانوى	١	٥		٦
جامعى		٣	١	٤
	٧	١١	٢	٢٠

الفصل الرابع عشر

الإرتباط

١٤-١ الأهمية

تهدف مقاييس الإرتباط لوصف درجة التغير الإقترانى بين المتغيرات وتفيد فى:

١ تحديد قوة الإرتباط بين المتغيرين، أى بيان ماإذا كان الإرتباط قوى،ضعيف،منعدم.

٢ تحديدإتجاه العلاقه بين المتغيرين،أى بيان ماإذا كانت العلاقه طرديه أم عكسيه.

٣ إن دراسة الإرتباط تعدالأساس لدراسةوتحليل علاقات السببيه

.

٤ تعطى مؤشرات لإمكان تقدير المتغيرات بدلاله أخرى.

٥ تعد مقاييس الإرتباط من المؤشـــرات الهامه فى قيـــاس الصدق والثبات والموضوعيه،لما له من أهميه كبيره للتأكد من سلامة الإختبارات وإجراءات جمع البيانات

١٤-٢ معامل إرتباط بيرسون

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين قياسهما كمى بينهما علاقة خطية .

فإذاكان لدينا متغيران س،ص فإن العلاقه الخطيه تكون على الصوره:

ص = أ + ب س

حيث أ ، ب ثوابت

صيغة معامل إرتباط بيرسون

يتم قيـــاس الإرتباط الخطى بين متغيريـــن عن طريـــق معامـــل إرتباط بيرسون ، وصيغته كما يلى:

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{\{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}\}\{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}\}}} \quad (١٤-١)$$

ملحوظة : المقدار بعد العلامة √ كله تحت الجذر

خواص معامل إرتباط بيرسون

١ لا تتأثر قيمةمعامل الإرتباط إذا ما تم تحويـــل أى أو كلا المتغيرين س ، ص إلى متغيرات أخرى ، عن طريق طرح رقم ثابـــت أو عن طريق القسمه على رقم ثابت.

٢ معامل إرتباط بيرسون تنحصر قيمته بين -١،+١

تفسير قيم معامل إرتباط بيرسون

أولا : قوة الإرتباط

إذا كانت ر = ١ فإن ذلك يعنى وجود إرتباط تام ،ويقل الإرتباط تدريجيا كلما قلت قيمة ر عن ١

إذا كانت ر = صفر فإن ذلك يعنى عدم وجود إرتباط .

ولا توجد حدود عامة ثابتة لتفسير قيمة معامل الإرتباط بين صفر ، ١

وعلى أى حال يمكن الإسترشاد بمايلى :

قيمة معامل بيرسون	قوة الإرتباط
صفر إلى ٣،٠	قدر ضئيل من الإرتباط يمكن إهماله
٠,٣ إلى ٥،٠	منخفض
٠,٥إلى ٧،٠	إرتباط متواضع
٠,٧إلى ٩،٠	قوى
أكبرمن٠,٩	قوىجدا

وبالمثل تفسر القيم السالبه لمعامل الإرتباط ، فإذا كانت القيمة -١ فإن ذلك يعنى وجود إرتباط تام ،ويقل الإرتباط تدريجيا كلما إقتربت قيمة ر من الصفر

ثانيا : إتجاه العلاقة

القيم الموجبة تعنى أن الإرتباط طردى (أو موجب)بمعنى أن قيم المتغيران تسيران فى إتجاه واحد زيادة أو نقصانا (إذا زاد س زاد ص ، وإذا قل س قل ص)

القيم السالبة تعنى أن الإرتباط عكسى (أو سالب) بمعنى أن قيم المتغيران تسيران فى إتجاه مخالف زيادة أو نقصانا (إذا زاد س قل ص ، وإذا قل س زاد ص)

تطبيق (١٤-١)

البيان التالي يوضح الأرقام القياسية في إحدي الدول لكل من **الأجور والأسعار** (تكلفة المعيشة) في عدد من السنوات ، أوجد معامل الارتباط بينهما :

السنة	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤
الرقم القياسي للأجور	١٢٠	١٢٥	١٣٢	١٣٠	١٣٨
الرقم القياسي للأسعار	١٠٥	١١٢	١٢٠	١٢٣	١٣٠

الحل :

معامل ارتباط بيرسون = ٠,٩٧٥ وهو إرتباط طردي قوي جدا .

تطبيق (١٤-٢)

في دراسة **لموضوعية الاختبار** قام أحد الباحثين التربويين برصد الدرجات التالية وهي تمثل تصحيح أول وتصحيح ثان من قبل مصححين مختلفين للأوراق نفسها ، والمطلوب قياس الارتباط بينها :

تصحيح أول	١٠	٦	٦	٣	٢
تصحيح ثان	٩	٨	٤	٢	١

الحل :

معامل إرتباط بيرسون = ٠,٩٢١ وهو إرتباط طردي قوي جدا .

١٤-٣معامل ارتباط سبيرمان

spearman

مقدمة : إن معامل بيرسون للارتباط يتطلب أن يكون كلا المتغيران قياسه كمى[١].لكن هناك الكثير من المتغيرات تكون معروضه بقياس ترتيبى خاصة في العلوم الاجتماعية ، فمثلا درجات الطلاب قد تكون معروضة علي أساس ممتاز – جيد جدا –جيد – متوسط – ضعيف.

يوجد عدد كبير من مقاييس الارتباط بين المتغيرات الترتيبية نعرض الشائع منها : معامل سبيرمان ،و معامل جاما

[١] راجع امستويات القياس بالقسم ١-٣-١

فى معامل سبيرمان يتم ترتيب كلا المتغيران ترتيبا تصاعديا " او تنازليا" ويتم احتسابه باستخدام الصيغة التالية :

$$ر َ = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^{٢}}{ن \, (ن^{٢} - ١)} \qquad (١٤ - ٢)$$

حيث رَ ترمز لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان ، ف = الفرق بين رتبة المتغيرين ، ن هو عدد أزواج القيم .

ملاحظات:

١- قيمة معامل ارتباط الرتب تنحصر بين -١، +١. وهو يساوي -١ إذا كان الارتباط تام عكسي ويساوي صفر في حالة عدم وجود ارتباط ، ويساوي +١ في حالة وجود ارتباط تام طردي .

٢- صيغة معامل ارتباط الرتب ما هي إلا صيغة مختصرة لصيغة معامل ارتباط بيرسون وذلك في حالة تطبيقها علي الرتب .

٣- يستخدم معامل سبيرمان أساسا لا يجاد الارتباط في حالة المتغيرات الكيفية التى يمكن ترتيبها . ومع ذلك ، ولا عتبارات السهولة والسرعة يتم أحيانا استخدامه في حالة البيانات الكمية بدلا من معامل بيرسون خاصة وأن الفروق بينهما قليلة .

٤- في حالة وجود قيم مكررة فإنه يعطي لكل منها رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة . وفي هذه الحالة فإن الصيغة السابق عرضها تعطي نتيجة تقريبية .

تطبيق (١٤- ٣)

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات تم جمع البيانات التالية وهي تمثل الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسر كل من الزوج (س) والزوجة(ص) والمطلوب إيجاد معامل الارتباط بينهما .

س	متوسطة	جيدة	ممتازة	منخفضة	منخفضة جدا	متوسطة
ص	جيدة	ممتازة	ممتازة	جيدة	منخفضة	متوسطة

- الحل

س	ص	رتبة س	رتبة ص	$ف^2$
متوسطة	جيدة	٣,٥	٣,٥	صفر
جيدة	ممتازة	٥	٥,٥	٠,٢٥
ممتازة	ممتازة	٦	٥,٥	٠,٢٥
منخفضة	جيدة	٢	٣,٥	٢,٢٥
منخفضة جدا	منخفضة	١	١	صفر
متوسطة	متوسطة	٣,٥	٢	٢,٢٥
				٥

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^2}{ن\,(ن^2 - ١)}$$

$$\text{ر} َ = ١ - \frac{٦ \, (٥)}{٦ \, (٦^{٢} - ١)} = ٠,٨٥٧$$

ويمكن القول بوجود ارتباط طردى قوي بين الحالة الاجتماعية والاقتصادية لأسرة الزوج وأسرة الزوجة في هذا لمجتمع.

تطبيق (١٤- ٤)

في اختبار لشغل الوظائف قام اثنان من المحكمين بترتيب خمسة من المتقدمين .

والمطلوب : قياس الارتباط بين تقديرات الحكام باعتباره مؤشرا للثبات .

المتقدم	أ	ب	ج	د	هـ
الحكم س	الخامس	الثاني	الاول	الثالث	الرابع
الحكم ص	الثالث	الأول	الثاني	الخامس	الرابع

الحل :

رتبة س	رتبة ص	ف٢
٥	٣	٤
٢	١	١
١	٢	١
٣	٥	٤
٤	٤	٠
		١٠

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦(١٠)}{٥(٢٥-١)} = ٠,٥$$

وهو إرتباط طردى منخفض

١٤-٤ معامل جاما "Gamma":

غالبا ما يكون عدد أزواج القيم للمتغيرين كبيرا ، وبالتالي فإن تصنيفها في فئات قليلة العدد يؤدي إلي زيادة في التكرارات وفي هذه الحالة لا يكون من المناسب استخدام معامل سبيرمان السابق عرضه، وعلي أي حال هناك عدة مقاييس يمكن إستخدامها في هذه الحالة ، نعرض منها واحد من المقاييس الهامة وهو معامل جاما والذي قدمه العالمان جودمان وكروسكال عام ١٩٥٤.

ولتوضيح معني الارتباط في هذه الحالات ، نعرض الجداول ، الخمس التالية وكل منها عبارة عن جدول مزدوج يعرض تقديرات ثمان طلاب في مادتي الاحصاء والرياضيات .

جدول (١)

رياضيات إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٤	٠
مقبول	٠	٤

جدول (٢)

إحصاء رياضيات	جيد	مقبول
جيد	٣	١
مقبول	١	٣

جدول رقم(٣)

رياضيات إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٢	٢
مقبول	٢	٢

جدول رقم (٤)

إحصاء رياضيات	جيد	مقبول
جيد	١	٣
مقبول	٢	٢

جدول رقم (٥)

رياضيات إحصاء	جيد	مقبول
جيد	٠	٤
مقبول	٤	٠

والجدول (١) يعبر عن وجود ارتباط تام طردي بين تقديرات المادتين و الجدول رقم (٣) يعبر عن عدم وجود ارتباط والجدول رقم (٥) يعبر عن وجود ارتباط تام عكسي . ويعتمد معامل جاما علي حالات الاتفاق والاختلاف بين أزواج القيم . فالجدول رقم (١) يفيد أن هناك ٤ طلاب تقديراتهم في المادتين " جيد ، جيد" وهناك طلاب تقديراتهم " مقبول ، مقبول " وبمقارنة تقديرات طالب من المجموعة الأولي بآخر من المجموعة الثانية نستطيع أن نقول أن هناك حالة أتفاق . وبمقارنة الأزواج جميعها تكون عدد حالات الاتفاق تساوي ٤×٤= ١٦ حالة ويلاحظ أن الجدول رقم (١) لا يحوي حالات اختلاف أطلاقا بمعني وجود طالب حاصل علي " جيد ، مقبول " وآخر حاصل علي مقبول ، جيد" .

ويعرف معامل جاما ونرمز له بالرمز : " جا " كما يلي :

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{أ} + \text{خـ}} \qquad (١٤- ٣)$$

حيث أ= عدد حالات الاتفاق ، خـ= عدد حالات الاختلاف .

وبحساب معامل جاما للجداول الخمسة نحصل علي النتائج التالية :

الجدول	أ	خـ	جا
(١)	٤×٤=١٦	صفر	١
(٢)	٣×٣=٩	١×١=١	٠,٨
(٣)	٢×٢=٤	٢×٢=٤	صفر
(٤)	١×٢=٢	٢×٣=٦	٠,٥
(٥)	صفر	٤×٤=١٦	١-

ولتسهيل حساب أ ، خـــ من الجداول المزدوجة بصفة عامة فإن المتغيران يراعي فيهما الترتيب التصاعدي أو التنازلي من قمة الجدول من اليمين . ويتم إيجاد مجموع حاصل ضرب كل رقم بالجدول " كل تكرار بالخلية " في التكرارات بالخلايا الأخري وحسب المسارات التالية .

عند إيجاد أ : إلي اسفل ويسارا .

عند إيجاد خـــ: غلي أسفل ويمينا .

- ملاحظات :

١- معامل جاما تنحصر قيمتة بين + ١، -١ وهو يساوي +١ في حالة الارتباط التام الطردي ، -١ في حالة الارتباط التام العكسي ، ويساوي صفر في حالة وجود ارتباط .

ولا توجد حدود عام لتفسير القيم بين صفر ، +١ " وكذا بين صفر ، -١ " ويمكن علي أي حال الاسترشاد بما يلي :

من صفر إلي ٠,١	ارتباط يمكن أهماله .
٠,١إلي ٠,٣	ارتباط ضعيف
٠,٣إلي ٠,٥	متوسط
٠,٥إلي ٠,٧	قوي
٠,٧إلي ١	قوي جدا

تطبيق (١٤-٥)

في دراسة عن الحراك الاجتماعي في إحدي المدن قام أحد الباحثين الاجتماعيين بجمع بيانات عن ٢٠٠ شخص حسب الموضح بالجدول التالي وهي توضح الطبقة الاجتماعية التى ينتمي إليها كل من الشخص وابيه . أوجد معامل الارتباط بينهما ؟

الطبقة الاجتماعية

الأبن / الأب	ممتازة	جيدة	متوسطة	منخفضة
ممتازة	٦	٣	١	
جيدة	٣	٢٥	٣٠	٢
متوسطة	٨	٢٠	١٧	٣٥
منخفضة		٣	٢٢	٢٥

أ = ٦(٤٨+٦٩+٦٢)+٣(٦٩+٦٢)+١(٦٢)+٣(٢٣+٣٩+٦٠)+٢٥(٣٩+٦٠)
+٣٠(٦٠)+٨(٥٠)+٢٠(٤٧)+١٧(٢٥)=٧٩٣٥

خـ=١(١١+٤٨)+٣(١١)+٢(٣٩+٢٣+٨)+٣٠(٣١)+٢٥(٨)+٣٥(٢٥)+١٧(
٣)=٢٢٨٨

(يلاحظ أن الأرقام بين القوسين هي حاصل جمع أرقام أعمدة ، مثلا ٤٨=٢٥+٢٠+٣)

جا = (أ- خـ) / (أ + خـ) = ٠,٥٥ وهو إرتباط طردى قوى

تطبيق (١٤-٦)

في دراسة لصدق اختبار الاحصاء قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التكراري التالي وهو يعرض العلاقة بين درجة الإحصاء والمعدل التراكمي للطالب والمطلوب قياس الارتباط .

درج الإحصاء / المعدل التراكمي	مقبول	جيد	جيد جدا	ممتاز
مقبول	١٥	٢	٧	١
جيد	١١	١٣	١٦	٥
جيد جدا	٤	٢٥	٢٧	١٠

الحل :

$$\text{جا} = \frac{\text{أ} - \text{خـ}}{\text{أ} + \text{خـ}} = \frac{٢٩٨٤ - ١٢٩٣}{٢٩٨٤ + ١٢٩٣} = ٠٠٠,٣٩٥$$

يوجد ارتباط طردي متوسط .

١٤-٥ معامل كرامير:

الكثير من المتغيرات لا تقاس كميا أو حتى تقسيمها إلى رتب وكل ما هو ممكن هو تقسيم المتغير إلى مجموعات أو أقسام يكون فيها لكل قسم صفة مميزة له ،والأمثلة علي هذه المتغيرات الإسمية[٢] كثيرة ، فالجنس يصنف إلى ذكور- إناث ؛ والحالة الاجتماعية تصنف إلى متزوج – أعزب – مطلق –

---

[2] راجع امستويات القياس بالقسم ١-٣-١

أرمل ؛ ولون البشرة يمكن تقسيمها إلى أبيض – أسمر – أسود..الخ ؛ والجنسية تقسم إلي مصري – سعودي – عراقي ..الخ. ونوع الجريمة يصنف سرقة – سطو – قتل – خطف ..الخ.

يوجد عدد كبير من المقاييس الإحصائية التى يمكن استخدامها لبيان مدي العلاقة أو الارتباط بين هذه المتغيرات الكيفية ، يشيع منها معامل التوافق والذي قدمه العالم كرامير " cramer" عام ١٩٤٦، باستخدام الصيغة التالية (وهي نفس صيغة معامل كرامير ولكن بصورة مبسطة)

$$\text{ق} = \sqrt{\frac{\text{جـ} - 1}{\text{ع} - 1}} \qquad (\text{١٤-٤})$$

ويتم حساب هذا المعامل من جدول التوافق أدناه ،حيث :

ق = معامل كرامير للتوافق.

ع= عدد الصفوف أو الأعمدة أيهما أقل.

$$\text{حـ} = \text{مجـ} \frac{(\text{ك ر ل})^2}{(\text{ك ر.})(\text{ك .ل})} \qquad (\text{١٤-٥})$$

$$\text{أى :} \quad \text{مجـ} \frac{(\text{تكرار الخلية})^2}{(\text{تكرار الصف})(\text{تكرار العمود})}$$

كرل- تكرار الخلية الموجودة بالصف ر والعمود ل .

كر. = تكرار الصف ر .

ك.ل= تكرار العمود ل .

جدول التوافق

ص/س	س١	س٢	...	سل	...	سد	
ص١	ك١١	ك٢١	...	ك١ل	...	ك١د	ك١.
ص٢	ك١٢	ك٢٢		ك٢ل		ك٢د	ك٢.
صر	كر١	كر٢		كرل		كرد	كر.
صم	كم١	...				كم د	كم.
	ك.١	ك.٢	...	ك.ل		ك.د	ن

ملاحظات :

١- تنحصر قيمة ق بين صفر، واحد صحيح ، وهو يساوي صفر في حالة الاستقلال التام ويساوي واحد في حالة الارتباط التام . هذا ويصعب تفسير القيم البينية ، أي بين الصفر والواحد تفسيرا دقيقا، علي أنه يمكن الاسترشاد بما يلي :

من صفر إلى ٠,١	ارتباط قليل بمكن إهماله
٠,١ إلى ٠,٢	ارتباط ضعيف
٠,٢ إلى ٠,٤	ارتباط متوسط
٠,٤ إلى ٠,٦	ارتباط قوي
٠,٦ إلى ١	ارتبط قوي جدا

٢- اتجاه العلاقة (طردي أو عكسي) أمرغير وارد وليس له معنى فى القياس الإسمى .

تطبيق (١٤-٧)

في دراسة للعلاقة بين البطالة والأمية في كل من الريف والحضر تم الحصول علي البيانات التالية ، والمطلوب بيان قوة العلاقة بينهما .

الحضر

	أمي	غير أمي	مجموع
عاطل	٥٠	١٧	٦٧
يعمل	١٢	٣١	٤٣
مجموع	٦٢	٤٨	١١٠

الريف

	أمي	غير أمي	مجموع
عاطل	٢٨	٢٠	٤٨
يعمل	٤٢	٣٥	٧٧
	٧٠	٥٥	١٢٥

الحل :

$$ق = \sqrt{\frac{جـ - ١}{ع - ١}}$$

ويمكن تسهيل حساب قيمة حـ بتدوين البيانات داخل الجدول وكما هو موضح بالمربع الملحق بكل خلية .

الحضر

٥٠	١٧	٦٧
١٢	٣١	٤٣
٦٢	٤٨	

الريف

٢٨	٢٠	٤٨
٤٢	٣٥	٧٧
٧٠	٥٥	

بالنسبة للحضر : ق = √ (١,٢١١ − ١) = ٠,٤٦

أي وجد ارتباط قوي بين الأمية والبطالة .

بالنسبة للريف : ق = √ (١,٠٠١ − ١) = ٠,٠٣٥

أي لا يوجد ارتباط بين الأمية والبطالة .

لاحظ أن الأرقام المدونة بالمربعات في الخلايا يتم حسابها حسب القاعدة السابق ذكرها (راجع الصيغة ١٤-٥) ، وعلي سبيل المثال :

$$\frac{(٥٠)^{٢}}{(٦٢)\ (٦٧)} = ٠,٦٠٢$$

صيغة أخري لمعامل كرامير :

يمكن عرض معامل ارتباط كرامير بصيغة أخري كما يلي :

$$ق = \sqrt{\frac{كا^2}{ن\,(ع-1)}} \qquad (14-6)$$

حيث $كا^2 = مج \frac{(ش - ت)^2}{ت} \qquad (14-7)$

ش = التكرار المشاهد

ت = التكرار المتوقع

ويتم حساب التكرار المتوقع بكل خلية بافتراض الاستقلال بين المتغيرين ، وباستخدام الصيغة :

$$ت = \frac{(\text{تكرار الصف})\ (\text{تكرار العمود})}{ن} \qquad (14-8)$$

تطبيق (١٤- ٨)

التوزيع التكراري التالي يعرض حالة مجموعة من المرضي بعد تجربة مجموعة من المعالجات عليهم والمطلوب قياس الارتباط بين المعالجة والنتيجة

المعالجة / النتيجة	الدواء أ	الدواء ب	الدواء الصوري	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٢	٧٧	٨١	٢٤٠

تحسب التكرارات المتوقعة وهي موضحة بالجدول التالي :

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

وهذه التكرارات المتوقعة حصلنا عليها حسب الصيغة (١٤-٨) ، مثلا

$$\frac{\text{٨٢} \times \text{١٣١}}{\text{٢٤٠}} = \text{٤٤,٨}$$

بعد ذلك نبدأ في حساب قيمة كا٢ من الصيغة (١٤-٧) كما يلي :

$$\text{كا}^2 = \frac{(\text{٤٧} - \text{٤٤,٨})^2}{\text{٤٤,٨}} + \frac{(\text{٥٢} - \text{٤٢})^2}{\text{٤٢}} + .. + \frac{(\text{١٦} - \text{٨,٤})^2}{\text{٨,٤}} = \text{١٨,٢٧}$$

$$\text{ق} = \sqrt{\frac{\text{كا}^2}{\text{ن}(\text{ع} - \text{١})}} = \sqrt{\frac{\text{١٨,٢٧}}{\text{٢٤٠}(\text{٣} - \text{١})}} = \text{٠,١٩٥}$$

أي أن الارتباط ضعيف .

الفصل الخامس عشر

مقاييس التقدير

١٥-١ أهمية مقاييس التقدير:

١ تكوين القوانين والنظرات العلمية ،فى كافة مجالات المعرفة ، حيث يقدم وصف رياضى لطبيعة العلاقة بين المتغيرات

٢ تقدير قيم بعض المتغيرات (التابعة) بدلالة أخرى (المستقلة)، سواء فى الماضى(الناقصة والمفقودة) أوالحاضر أوالمستقبل (التنبؤ)

علي أنه عند إستخدام معادلة التقدير يجب **مراعاة مايلى** :

١ إن تكوين معادلة لتقدير أحد المتغيرين بدلالة آخر ، يقوم على أساس وجود ارتباط قوي بينهما .

٢ هذا التقدير يفترض إستمرار العلاقات وتأثيراتها على ماهو عليه فى البيانات التى تم إستخدامها

٣ الحذر عند استخدام المعادلة في تقدير قيمة المتغير التابع (ص) عند أي قيمة خارج مدي القيم المشاهدة للمتغيرالمستقل (س) ، حيث أن طبيعة العلاقة بين س ، ص قد تتغير خارج هذا المدي ، ومع ذلك فإنه من الممكن

استخدام المعادلة في حدود المدي الذى يتوقع الباحث فيه استمرار العلاقة كما هي محددة فى معادلة التقدير .

١٥-٣ الانحدار : Regression :

إن دراسة العلاقة بين المتغيرات تختلف بحسب عدد المتغيرات ومستوي قياسها ، ونستطرد هنا دراسة العلاقة بين متغيرين ، قياسهما رقميا ، وبافتراض أن العلاقة بينهما خطية

نعرض فى هذا الفصل مقاييس التقدير فى الحالة البسيطة وهى حالة متغيرين ، أحدهما تابع وليكن (ص) والآخر مستقل (س) ، كما يفترض وجود علاقة خطية بينهما .

. ويتطلب ذلك التقدير تحديد طبيعة أو شكل العلاقة بين هذين المتغيرين ، ويتأتي ذلك بتوفيق خط متستقيم ليصف طبيعة العلاقة بين المتغيرين ويعرف هذا الخط بخط الانحدار ، وفي هذا الصدد فإن المتغير المراد تقديره يسمي المتغير **التابع** والمتغير الآخر يسمي **المتغير المستقل** .

١٥-٢- ١ أهمية الإنحدار

في حالة وجود ارتباط **قوي** يأتى دور نماذج الإنحدار فى تقدير أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر ، كما تم إيضاحه أعلاه .. ويتطلب ذلك التقدير تحديد طبيعة أو شكل العلاقة بين هذين المتغيرين ، ويتأتي ذلك بتوفيق خط مستقيم ليصف طبيعة العلاقة بين المتغيرين ويعرف هذا الخط بخط الانحدار ، وفي هذا الصدد فإن المتغير المراد تقديره يسمي المتغير **التابع** والمتغير الآخر يسمي **المتغير المستقل** .

١٥-٢-٢ العلاقة الخطية :

إذا رمزنا لقيم المتغير التابع بالرمز ص وللمتغير المستقل بالرمز س فإن خط الانحدار (ويطلق عليه في هذه الحالة خط انحدار ص علي س) يكون علي الصورة :

ص = أ + ب س (١٥- ١)

حيث أ ، ب ثوابت ، ص ترمز إلى القيمة المقدرة للمتغير التابع .

ويتم تحديد قيمة الثوابت أ ، ب (تسمي ب معامل الانحدار)

باستخدام أساليب رياضية بحيث يعطي أفضل توفيق ، وتستخدم الصيغ التالية :

$$ب = \frac{ن\ مجـ\ س\ ص - مجـ\ س\ مجـ\ ص}{ن\ مجـ\ س^٢ - (مجـ\ س)^٢} \qquad (١٥-\ ٢\ )$$

$$أ = \bar{ص} - ب\ \bar{س} \qquad (١٥-\ ٣\ )$$

تطبيق (١٥- ١)

س	١	٣	٤	٦	٨	٩	١١	١٤
ص	١	٢	٤	٤	٥	٧	٨	٩

من الجدول الموضح لقيم المتغيران س ، ص أوجد :

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص

(ب) خط انحدار ص علي س

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

الحل :

س	ص	س٢	ص٢	س ص
١	١	١	١	١
٣	٢	٩	٤	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
٦	٤	٣٦	١٦	٢٤
٨	٥	٦٤	٢٥	٤٠
٩	٧	٨١	٤٩	٦٣
١١	٨	١٢١	٦٤	٨٨
١٤	٩	١٩٦	٨١	١٢٦
٥٦	٤٠	٥٢٤	٢٥٦	٣٦٤

(أ) معامل الارتباط بين س ، ص = ٠,٩٧٧ (من الصيغة ١٤-١)

أي أنه يوجد ارتباط قوي يكاد يكون تام بين المتغيرين س ، ص وعلي ذلك نستطيع تقدير قيمة ص بدلالة س كما ذكرنا .

(ب) خط انحدار ص علي س :

$$\text{ب} = \frac{٨\ (٣٦٤)-(٥٦)(٤٠)}{٨(٥٢٤)-\ (٥٦)^{٢}} = ٠,٦٣٦$$

$$\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب}\ \bar{\text{س}}$$

$$= \frac{٤٠}{٨} - ٠,٦٣٦ \frac{(٥٦)}{٨}$$

= ٥- ٠,٦٣٦ (٧) = ٠,٥٤٨

ص = أ + ب س

= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ س .

(ج) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ١٥

نقوم بتعويض قيمة س = ١٥ في معادلة خط الانحدار

ص = أ + ب س والتي تم تحديدها في الخطوة ب

= ٠,٥٤٨ + ٠,٦٣٦ (١٥)

= ٠,٥٤٨ + ٩,٥٤

= ١٠,٠٨٨

تطبيق (١٥- ٢)

في أحد المصانع تم تسجيل البيانات التالية وهي تعبر عن الإنتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الإنتاج ، والمطلوب تحديد التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة بالمصنع ، وتقدير التكاليف إذا كان الإنتاج ٦٥ وحدة .

عدد الوحدات المنتجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية الف	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل :

بفرض أ ن س هي عدد الوحدات المنتجة ، ص هي التكاليف الكلية :

الحل :

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ س

أي أ، التكاليف الثابتة = ٨,٨٦٧ والتكلفة المتغيرة لوحدة الإنتاج هي ٠,٢٦٦

عند إنتاج قدرة ٦٥ وحدة تقدر التكاليف الكلية كما يلي :

ص = ٨,٨٦٧ + ٠,٢٦٦ (٦٥) = ٢٦,١٤

تطبيق (١٥- ٣)

البيان التالي يمثل أجور بعض العمال في أحد المصانع والإنتاج لكل منهم في اليوم والمطلوب .

(أ) إيجاد معادلة تقدير الأجر بدلالة الإنتاج .

(ب) تقدير أجر العامل إذا وصل انتاجه ٢٢ وحدة .

(ج)

إنتاج العامل س	١٠	١٢	١٥	١٨	٢٠
أجره ص	٢٠	٣٠	٣٨	٤٥	٥٠

الحل :

(أ) ص = - ٦,٤١٥ + ٢,٨٦٧ س

(ب) ص (٢٢)= ٥٦,٦٧ .

١٥-٢-٣ العلاقة غير الخطية

Nonlinear Relationship

في كثير من الحالات لا تكون العلاقة الخطية ملائمة لوصف العلاقة بين

متغيرين ، ويكون من الأفضل توفيق علاقة غير خطية بصيغة ملائمة لوصف هذه العلاقة ، ويمكن معرفة طبيعة هذه العلاقة من شكل الانتشار أو من نظريات أو فروض أو معلومات مسبقة .

التحويل إلى العلاقة الخطية

في كثير من الحالات يمكن تحويل العلاقة غير الخطية إلى العلاقة الخطية ، مما يسهل الوصول إلى شكل معادلة الانحدار حيث يمكن استخدام الصيغ الخاصة بالعلاقة الخطية والتي سبق ذكرها .

والجدول التالي يعرض بعض النماذج غير الخطية ص وتحويلاتها[1] على الصورة الخطية .

صَ = اَ + بَ سَ

حيث :

لو تعني لوغاريتم

ل اللوغاريتم الطبيعي (أساسه ٢,٧١٨٢)

ويلاحظ أنه تم عرض الرموز المحولة فقط ــ أما الرموز الأخرى فتظل كما هي واردة في النموذج غير الخطي .

---

[1] أنظر القسم ١٥-٣-٥ كنموذج للتطبيق .

	غير الخطي	صَ	سَ	اَ	بَ	
١	أ هـ$^{\text{ب س}}$	ل ص		لو أ		(١٥-٤)
٢	أ هـ$^{\text{ب / س}}$	ل ص	١ /س			(١٥-٥)
٣	أ ب$^{\text{س}}$	لو ص		لو أ	لو ب	(١٥-٦)
٤	أ س$^{\text{ب}}$	لو ص	لو س	لو أ		(١٥-٧)
٥	أ س $^{\text{ب س}}$	لو ص	س لو س	لو أ		(١٥-٨)

١٥- ٣ السلاسل الزمنية Time Series

السلسة الزمنية هي مجموعة من القيم تخص متغير ما في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة ، هذه الفترة قد تكون سنة أو أكثر ، وقد تكون ربع سنة ،شهر ، يوم ، ساعة .. وأمثلة ذلك أرقام تعداد السكان (التي تجري كل عشر سنوات في معظم الدول) ، المواليد ، الوفيات ، الزواج ، الهجرة ، الإنتاج القومي ، الإنتاج الصناعي أو الزراعي ، ،،، الصادرات ، الواردات ، التوظف ، البطالة ، درجات الحرارة ، أسعار الأسهم ، الذهب ، أسعار العملات المختلفة ...

١٥-٣-١ الأهمية :

في دراستنا لموضوع الانحدار رأينا أن الغاية هي تحديد شكل أو طبيعة العلاقة التي تربط بين المتغير التابع وبين متغير أو أكثر (متغيرات مستقلة) . ويهدف

ذلك أساساً إلي إمكان تقدير قيمة المتغير التابع بدلالة المتغير أو المتغيرات المستقلة .

علي أنه في سبيل قيامنا بذلك نصادف مشكلات كثيرة قد لا تمكننا من بلوغ هذا الهدف . هذه المشكلات قد تكون متعلقة بتكوين النموذج الإحصائي المستخدم أو نتائجه ، فهناك بعض الظواهر لا نستطيع معها تحديد المتغيرات المستقلة المرتبطة معها ، أو قد تكون البيانات المتعلقة بها غير متوافرة . وحتى لو كان ذلك متاحاً فإن معادلات التقدير التي يتم تكوينها قد تحوي قد غير مقبول من أخطاء التقدير ، وبالتالي فإن استخدم هذه المعادلات سيؤدي إلي تقديرات غير دقيقة . وحتى بافتراض عدم وجود مثل هذه العقبات السابقة ، فإن هناك مشكلة أخرى يمكن أن تطرأ ، حيث أن استخدام معادلات الانحدار في التقدير يتطلب توافر قيم للمتغيرات المستقلة نفسها ، وهذا الأمر قد لا يكون متاحاً أو أن تقديرها قد يحوي مشاكل تفوق تقدير المتغير التابع نفسه .

لكل هذا ولغيره نقدم هنا أحد النماذج الإحصائية البديلة ، وهي السلاسل الزمنية ، والتي يمكن استخدامها لتقدير قيم الظواهر ، لا عن طريق تحديد علاقتها بعدد من المتغيرات الأخري ، بل عن طريق دراسة وتحليل سلوك الظاهرة نفسها في الماضي عبر الزمن .

ويهدف تحليل السلاسل الزمنية إلي تقدير قيمة الظاهرة في المستقبل استناداً إلي دراسة التطور التاريخي للظاهرة وتحديد وفصل العوامل المؤثرة عليها .

١٥-٣-٢ العوامل المؤثرة علي السلسلة الزمنية :

بتحليل السلسة الزمنية لإحدى الظواهر نجد أنها قد تتأثر بكل أو بعض العوامل

التالية :

(أ) الاتجاه العام .

(ب) التغيرات الموسمية .

(ج) التغيرات الدورية .

(د) التغيرات العرضية .

ويقصد بالاتجاه العام السلوك العام للمتغير أو الظاهرة محل الدراسة خلال فترة من الزمن ، فمثلاً بعض الظواهر يميل أو يتجه إلي الزيادة بصفة مستمرة كعدد السكان ، عدد الطلاب ، أسعار سلعة ، الدخل القومي ، وقد نجد لبعض الظواهر ميلاً نحو النقصان ، وعلي سبيل المثال نسبة البطالة ، نسبة الأميين ، القوة الشرائية للنقود .

ويقصد بالتغيرات الموسمية ، التغيرات التي تحدث للظاهرة بصفة دورية ومتكررة، فمثلاً بتحليل رقم المبيعات في شركة المياه الغازية ، نجد أن الرقم يتأثر بالمواسم المختلفة . والموسم بصفة عامة ليس له فترة محددة ، فقد يكون ربع سنة، شهر ، يوم ، ساعة ، يتوقف ذلك علي طبيعة الظاهرة محل البحث .

والتغيرات الدورية تشبه التغيرات الموسمية من حيث أنها دورية ولكنها تحدث خلال فترات طويلة نسبياً ، كما يحدث بتأثير الدورات التجارية وما يصاحبها من فترات رواج وكساد ، وأيضاً بتأثير السياسات الحكومية .

والتغيرات العرضية هي تغيرات تحدث بصورة فجائية وغير متوقعة ويصعب تقديرها وتحديد أثرها ، وتحدث مثلاً بسبب الحروب والزلازل والكوارث والأوبئة والإضرابات والثورات .

تحليل السلاسل الزمنية :

ويعني ذلك تحديد طبيعة العوامل التي تؤثر علي قيمة الظاهرة ومقدارها والعلاقات القائمة بينها .

وباعتبار أن :

ف = القيمة الفعلية للظاهرة .

ص = قيمة الاتجاه العام للظاهرة .

م = أثر التغير الموسمي .

د = أثر التغير الدوري .

ع = اثر التغير العرضي .

فإنه يمكن استخدام أحد النموذجين التاليين لإيضاح العلاقة بين هذه الأنواع المختلفة من التغيرات .

(أ) نموذج حاصل الضرب : ف = ص × م × د × ع

(ب) النموذج التجميعي ف = ص + م + د + ع

وفي النموذج التجميعي فإن قيم ص ، م ، د ، ع يعبر عنها بنفس وحدات الظاهرة الأصلية ، بينما في نموذج حاصل الضرب فإن الاتجاه العام فقط يعبر عنه بوحدات الظاهرة الأصلية ، أما باقي القيم فيعبر عنها كنسب مئوية . وفي دراستنا سنقتصر علي عرض نموذج حاصل الضرب وسنكتفي بتحديد أثر الاتجاه العام وكذا أثر التغير الموسمي ، وهذان يفسران القدر الأعظم من التغير ، كما أن باقي التغيرات وهي الدورية والعرضية تتطلب تواجد عدد كبير من الفترات كما أنه بصفة عامة يصعب التنبؤ بزمان وقوعها وقدر أثرها .

١٥-٣-٣ الاتجاه العام :

يعد الاتجاه العام هو الجزء الرئيسي من قيمة الظاهرة . وهناك عدد من الطرق يستخدم لتحديد الاتجاه العام ، نقتصر عليَ عرض أدق هذه الطرق والتي تقوم علي استخدام المعادلات الرياضية . وفي هذه الطريقة يفترض أن الظاهرة تتبع معادلة معينة ، وهذه المعادلة يمكن استنتاجها من معرفة طبيعة الظاهرة ، مع استخدم الرسم البياني لتطورها . ونعرض هنا لنوعين من المعادلات ، هما المعادلة الخطية والمعادلة الأسية .

نماذج السلاسل الزمنية Time series

ولوصف **الاتجاه العام** لتطور الظواهر، هناك عدة نماذج تستخدم لهذا الغرض ويتوقف استخدام اى منها حسب طبيعة الظاهرة محل البحث وفيما يلى مجموعة من النماذج التى تستخدم:

النموذج الخطى linear model

متعدد الحدود من الدرجة ن polynomial of degree n

النموذج الهندسى Geometric model

النموذج الأسى Exponential model

النموذج اللوجستى logistic model

نموذج جومبيرتز gompertz model

١٥-٣-٤ النموذج الخطى Linear Model

يلاحظ أن معظم السلاسل الزمنية يمكن تمثيل اتجاهها العام بمعادلة الخط المستقيم

ص = أ + ب س

حيث ص = الاتجاه العام للظاهرة ، س الفترة الزمنية ، أ ، ب ثوابت .

هذا وقد تم عند دراسة موضوع الإنحدار دراسة هذه المعادلة وتحديد شكلها ، أي تحديد قيم الثوابت أ ، ب . وهي كما يلي :

$$ب = \frac{ن \text{ مجـــ} س ص - \text{مجـــ} س \text{ مجـــ} ص}{ن \text{ مجـــ} س^{٢} - (\text{مجـــ} س)^{٢}}$$

$$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

علي أنه يلاحظ أن قيم س هنا تكون س هنا تكون عبارة عن سنوات مثلاً ١٩٧٠، ١٩٧١ ، ١٩٧٢ ...... وأن التعامل مع مثل هذه الأرقام يزيد عن عبء العمل ، ويمكن اختصار هذه الأرقام بطرح رقم معين من هذه السنوات ، وليكن رقم السنة الأولي أي طرح ١٩٧٠ من كل الأرقام التي تمثل س . وبذلك تصبح قيم س كما يلي : صفر ، ١ ، ٢ ، ٣، ...... وهكذا . هذا علي أن يكون ذلك معلوماً عند تحديد معادلة الاتجاه العام وعند استخدامها في التقدير ، ولذا غالباً ما يشار أمام المعادلة بعبارة (١٩٧٠ = صفر).

تطبيق (١٥-٤)

البيان التالي يمثل نسبة الأمية في إحدى المدن في عدة سنوات . والمطلوب :

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير نسبة الأمية عام ١٩٨٤.

السنة	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢
نسبة الأمية	٣٠	٢٨	٢٧	٢٥	٢٢

الحل :

س	ص	$س^{٢}$	س ص
صفر	٣٠	صفر	صفر
١	٢٨	١	٢٨
٢	٢٧	٤	٥٤
٣	٢٥	٩	٧٥
٤	٢٢	١٦	٨٨
١٠	١٣٢	٣٠	٢٤٥

$$(أ) \; ب = \frac{٥(٢٤٥) - (١٠)(١٣٢)}{٥(٣٠) - (١٠)^{٢}} = - ١,٩$$

$$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$$= \frac{١٣٢}{٥} - (١,٩) \frac{١٠}{٥} \; ٣٠,٢$$

ص = ٣٠,٢ – ١,٩س (١٩٧٨ = صفر)

(ب) س = ١٩٨٤ – ١٩٧٨ = ٦

ص (٦) = ٣٠,٢ – ١,٩(٦) = ١٨,٨

الإتجاه العام للمواسم :

إن الاتجاه العام للظاهرة غالباً ما يتم الحصول عليه من بيانات سنوية . ولأغراض التخطيط ، غالباً ما نحتاج إلي تقديرات جزئية لفترات أقل السنة ، وكما سنري عند إجراء التحليل الموسمي فإنه يفضل تسهيلاً للعمل تجميع البيانات ثم إيجاد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي ، ومنها يمكن التحويل إلي معادلة الاتجاه العام حسب الموسم ، أي لفترات أقل من السنة ، مثلاً شهرية أو ربع سنوية . وبفرض أن معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي هي :

ص = أ + ب س

وبفرض أن السنة تشتمل علي عدد قدره ك من المواسم ، تكون معادلة الاتجاه العام حسب الموسم كما يلي :

$$\text{ص} = \frac{\text{أ}}{\text{ك}} + \frac{\text{ب}}{\text{ك}^2}\,\text{س} \qquad (٩-١٥)$$

يلاحظ إننا استخدامنا حروف صغيرة لكل من س ، ص في المعادلة الموسمية لتمييزها عن السنوية

تطبيق (١٥-٥)

بفرض أن معادلة الاتجاه العام للمبيعات السنوية لإحدي الشركات كما يلي :

ص = ١٢٠٠ + ٢٨٨ س (نقطة الأصل ١٩٨٠)

أوجد معادلة الاتجاه العام الشهرية .

الحل :

عدد المواسم ك = ١٢

ص = ١٢/١٢٠٠ + ٢٨٨ /(١٢)^{٢} س

= ١٠٠+ ٢س

ونقطة الأصل تقع في منتصف عام ١٩٨٠ أي في أول يوليو ١٩٨٠ .

١٥-٣-٥ النمـوذج الأسى Exponential model

في دراستنا السابقة كنا نفرض أن الاتجاه العام للظاهرة يمثله خط مستقيم ويعني ذلك أن قيمة الظاهرة تتغير (زيادة أو نقصان) بمعدل ثابت . وهذه العلاقة الخطية تلاحظها ويمكن افتراضها في عدد كبير من الحالات . علي أن هناك بعض الظواهر لا يكون فيها معدل التغير ثابتاً ، بل تكون نسبة التغير ثابتة ، ويمكن توضيح ذلك بالسلسلتين التاليين :

الزمن	١	٢	٣	٤
متغير ص$_{١}$	٤	٦	٨	١٠
متغير ص$_{٢}$	٤	٦	٩	١٣,٥

فالمتغير ص، يزيد بمعدل ثابت وهو ٢ بينما المتغير ص يزيد بنسبة ثابتة وهي ٥٠% . وهناك الكثير من الظواهر التي تتغير بنسبة ثابتة ، كنمو السكان ، وعدد المواليد ، وبصفة عامة كافة الكائنات الحية ، كنمو عدد الحيوانات والطيور والأسماك والحشرات ، والبكتريا وكذلك هناك الكثير من المتغيرات الاقتصادية والمالية وخاصة عند استخدام الفوائد المركبة وكذا إنتاج الشركات ، ومبيعاتها وأرباحها .

والمعادلة الأسية تعبر عن هذا المنهج من التغير ، وهي علي الصيغة

ص = أ ب^س حيث أ ، ب ثوابت . (١٥-١٠)

ويصبح المطلوب هو تحديد قيمة الثوابت أ ، ب ، ويسهل ذلك إذا ما حولنا هذه المعادلة إلي صورة معادلة الخط المستقيم ، ويمكن إجراء هذا التحويل باستخدام اللوغاريتمات ، حيث تصبح الدلالة أعلاه كما يلي :

لو ص = لو أ + س لو ب (١٥-١١)

أو صَ = أَ+ بَ س

حيث صَ ، أَ ، بَ تعني لو ص ، لو أ ، لو ب .

ويلاحظ أن هذه المعادلة الأخيرة هي معادلة خط المستقيم ، ويمكن الحصول علي الثوابت أَ ، بَ بنفس الصيغ السابق استخدامها ومنها يمكن الحصول علي قيم أ ، ب .

ولغرض تقدير قيمة الظاهرة فإنه يمكن استخدام أي من المعادلتين سواء المعادلة الاسية أو بعد تحويلها إلي معادلة لوغاريتمية .

تطبيق (١٥-٦)

البيان التالي يمثل عدد السكان (مليون) في إحدى الدول . والمطلوب

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام .

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠.

السنة	١٩٤٠	١٩٥٠	١٩٦٠	١٩٧٠	١٩٨٠
عدد السكان	١٤٤	١٧٣	٢٠٧	٢٤٩	٥٤

الحل :

س	ص	صَ	س٢	س صَ
صفر	١٤٤	٢,١٥٨	صفر	صفر
١	١٧٣	٢,٢٣٧	١	٢,٢٣٧
٢	٢٠٧	٢,٣١٦	٤	٤,٦٣٢
٣	٢٤٩	٢,٣٦٩	٩	٧,١٨٨
٤	٢٩٨	٢,٤٧٤	١٦	٩,٨٩٧
١٠		١١,٥٨٢	٣٠	٢٣,٩٥٤

(أ) صَ = أ + بَ س

$$\text{بَ} = \frac{٥\,(٢٣,٩٥٤) - (١٠)\,(١١,٥٨٢)}{٥\,(٣٠) - (١٠)^{٢}} = ٠,٠٧٩$$

أ = صَ - بَ سَ

$$\frac{١١,٥٨٢}{٥} - (٠,٧٩)\ \frac{١٠}{٥}\ ٢,١٥٨٤$$

ص = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ س

ولايجاد المعادلة الأسية ، نوجد الأعداد المقابلة للوغاريتمات ، ومنها نحصل علي ب = ١,١٩٩٥ ، أ = ١٤٤,٠١٢ .

∴ ص = ١٤٤,٠١٢ (١,٩٩٩٥)^س

(ب) تقدير عدد السكان عام ١٩٩٠

س = (١٩٩٠ – ١٩٤٠) / ١٠ = ٥٠ / ١٠ ٥

ص (٥) = ٢,١٥٨٤ + ٠,٠٧٩ (٥) = ٢,٥٥٣٤

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم : ص = ٥٧,٦٠٢

هذا ويلاحظ أن هذه النتيجة يمكن الحصول عليها من المعادلة الأصلية أيضاً كما يلي :

صَ = ١٤٤,٠١٢ (١,١٩٩٥)٥ = ٣٥٧,٦٠١

١٥-٣-٦ التغيرات الموسمية :

وهذه يتم التعبير عنها بنسبة مئوية ، تسمي النسبة الموسمية أو الدليل الموسمي ، ويستخدم لتحديد هذه النسب عدة طرق نعرض منها طريقة نسبة الفعلي إلي الاتجاه العام (Ratio-t-trend method) وفي هذه الطريقة يتم احتساب النسبة المئوية لقيمة الظاهرة الفعلية إلي قيمتها الاتجاهية – وتكون نسبة الموسم هي متوسط النسب المتعلقة بالموسم . ويلاحظ أن متوسط هذه النسبة الموسمية يساوي ١٠٠ وفي حالة اختلافها تعدل حتي يكون متوسطها ١٠٠.

والمثال التالي يوضح الخطوات اللازمة لتحديد النسب الموسمية .

تطبيق (١٥-٧)

البيان التالي يوضح مبيعات إحدى شركات المياه الغازية (مليون ريال) والمطلوب :

١- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

٢- تحديد معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

٣- تحديد النسب الموسمية .

٤- تقدير مبيعات الشركة عام ١٩٨٣ وفصولها .

السنة	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٨٠	١٠	٢٠	٥٠	٢٠
١٩٨١	١٢	٣٠	٨٠	٣٠
١٩٨٢	١٣	٢٥	٧٠	٤٠

الحل : (١)

السنة	س	ص	س^{٢}	س ص
١٩٨٠	صفر	١٠٠	صفر	صفر
١٩٨١	١	١٤٠	١	١٤٠
١٩٨٢	٢	١٧٠	٤	٣٤٠
	٣	٤١٠	٥	٤٨٠

ب = ٣٥

أ = ص- – ب س

= ٤١٠/٣ – ٣٥ (٣)/٢ = ١٠١,٧

ص = ١٠١,٧ + ٣٥ س

= ٢٥,٤ + ٢,١٩ س

ويلاحظ أن نقطة الأصل هنا تقع بين الموسم الثاني والثالث ، ويفضل نقلها إلى نقطة تكون في منتصف أحد المواسم ، فإذا اخترنا منتصف الموسم الأول فإن هذه النقطة تبعد عن السابقة بفترة ونصف ويلزم تعديل المعادلة .

ص = ٢٥,٤ – ١,٥ (٢,١٩) + ٢,١٩ س

ص = ٢٢,١ + ٢,٢س

وهنا نقطة الأصل منتصف الربع الأول عام ١٩٨٠

٣- لتحديد النسب المئوية نوجد أولا القيم الاتجاهية والتي يتم الحصول عليها باستخدام معادلة الاتجاه العام الربع سنوية والسابق إيجادها في (٢) ، ونقوم بقسمة الرقم الفعلي علي رقم الاتجاه العام ، وذلك في جدول كالأتي حيث نجد في الخلية التي تمثل الموسم ثلاث أرقام هي علي الترتيب الرقم الفعلي ، الاتجاه العام ، النسبة المئوية ، والصف الرابع خصص لإيجاد النسب الموسمية وفي كل خلية ثلاث أرقام هي : مجموع النسب بكل فصل ، متوسط هذه النسب ، وحيث أن مجموع هذه النسب يساوي ٣٩٧ وليس ٤٠٠ تم تعديلها وذلك بضربها في ٤٠٠/٣٩٧ ، والناتج تمثل النسب الموسمية .

٤- الصف الأخير بالجدول يوضح تقدير المبيعات عام ١٩٨٣ وحسب كل

موسم ، تم أولا احتساب القيم الاتجاهية باستخدام معادلة الاتجاه العام والسابق الحصول عليها في (٢) ، وهي :

ص = ٢٢,١ + ٢,٢ س

وباعتبار أن نقطة الأصل هي الربع الأول عام ١٩٨٠ ، فإنه لتقدير الاتجاه العام في الربع الأول عام ١٩٨٢ مثلا ، (عدد الفترات أي س = ١٢) ، وعلي ذلك .

ص = ٢٢,١ + ٢,٢ (١٢) = ٤٨,٥

وبعد إيجاد قيم الاتجاه العام يتم ضربها في النسب الموسمية للحصول علي التقديرات المطلوبة ، وعلي سبيل المثال فإن تقدير رقم المبيعات في الربع الأول عام ١٩٨٠ يكون بضرب قيمة الاتجاه العام في النسبة الموسمية الخاصة بالربع الأول ، أي ٤٨,٥ × ٤٢ % = ٢٠ ،والبيانات موضحة في الجدول أدناه

	العام	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع	مجموع
	١٩٨٠	١٠ ٢٢,١ ٤٥	٢٠ ٢٤,٣ ٨٢	٥٠ ٢٦,٥ ١٨٩	٢٠ ٢٨,٧ ٧٠	١٠٠
	١٩٨١	١٢ ٣٠,٩ ٣٩	٣٠ ٣٣,١ ٩١	٦٨ ٣٥,٣ ١٩٣	٣٠ ٣٧,٥ ٨٠	١٤٠
	١٩٨٢	١٧	٤٠	٧٧	٣٦	١٧٠

		٣٩,٧	٤١,٩	٤٤,١	٤٦,٣	
		٤٣	٩٥	١٧٥	٧٨	
النسب الموسمية	مجموع النسب	١٢٧	٢٧٨	٥٥٧	٢٢٨	
	الموسمية	٤٢	٩٣	١٨٦	٧٦	٣٩٧
	بعد التعديل م	٤٢	٨٤	١٨٧	٧٧	٤٠٠
تقديرات عام ١٩٨٣	الاتجاه العام ص	٤٨,٥	٥٠,٧	٥٢,٩	٥٥,١	٢٠٧
	التقدير ص × م	٢٠	٤٧	٩٩	٤٢	٢٠٧

تطبيق (١٥- ٨)

استخدام بيانات السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام – بافتراض معادلة أسية .

(ب) تقدير قيمة ص إذا كانت س = ٧ .

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	١٦	٤٥	١٣٨	٤٠٢	١٢٥٠

الحل :

ب = ٠,٤٧٤ ، أ = ٠,٧١٨

ص = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ س

ص (٧) = ٠,٧١٨ + ٠,٤٧٤ (٧) = ٤,٠٣٦ ومنها ص = ١٠٨٦٤

تطبيق (١٥-٩)

المطلوب استخدام السلسلة الزمنية الموضحة بالجدول التالي لإيجاد :

(أ) معادلة الاتجاه العام علي أساس سنوي .

(ب) معادلة الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(ج) تحديد الاتجاه العام علي أساس ربع سنوي .

(د) تقدير قيمة الظاهرة بالفصول الأربعة لعام ١٩٨٣ .

	الربع الأول	الثاني	الثالث	الرابع
١٩٧٨	٣٦	٣٤	٣٨	٣٢
١٩٧٩	٣٨	٤٨	٥٢	٤٢
١٩٨٠	٤٢	٥٦	٥٠	٥٢
١٩٨١	٥٦	٧٤	٦٨	٦٢
١٩٨٢	٨٢	٩٠	٨٨	٨٠

(أ) ص = ١٢٨ + ٤٨ س

(ب) ص = ٢٧,٥ + ٣س

(ج) النسب الموسمية: ١٠٠ ، ١١٠ ، ١٠٣ ، ٨٧

(د) تقديرات عام ١٩٨٣ : ٨٧,٥ ، ٩٩,٥ ، ٩٦,٣ ، ٨٤

١٥-٣-٧ السلاسل الزمنية المعترضة

Interrupted time series

هذا التحليل يوضح اثر تدخل عامل او حادث او ظاهرة معينة فى سلسلة زمنية او اعتراضها . وهذا النوع من التحليل على درجة كبرى من الأهمية للباحث الذى يسعى لتوضيح اثر الأحداث والظواهر والحركات الهامة على المجتمعات وسلوكهم.

ومن أمثلة الأحداث الهامة التى يسعى الباحث بيان اثرها الحروب، الزلازل والبراكين الفيضانات والأعاصير، الأوبئة، الثورات، الزعامات، والحركات الهامة، الاكتشافات الأثرية، اكتشاف الثروات، ادخال او تغيير النظم الاقتصادية والسياسية والاجتماعية، اصدار او تغيير القوانين، ادخال التكنولوجيا .. الخ.

الباب الخامس

وصف العلاقة بين عدة متغيرات

الفصل السادس عشر : الإرتباط

١٦-١ الجدول التكرارى المركب **Multivariate table**

١٦-٢ المصفوفة الإرتباطية Correlation Matrix

١٦-٣ الإرتباط متعدد المتغيرات Multivariate Correlation

١٦-٤ الإرتباط الجزئى Partial Correlation

١٦-٥ إرتباط الجزء Part Correlation

١٦-٦ التحليل العاملى Factor Analysis

١٦-٧ التحليل العنقودى Cluster Analysis

١٦-٨ تحليل التمايز Discrimination Analysis

الفصل السابع عشر: السببية

١٧-١ مراحل البحث فى علاقة السببية

١٧-١-١ مرحلة الوصف **Discribtion**

١٧-١-٢ مرحلة التفسير **Explanation**

١٧-١-٣ مرحلة التحديد **Identification**

١٧-٢ الإنحدار المتعدد **Multiple regression**

١٧-٣ أساليب أخرى

١٧-٣-١ تحليل المسار Path Analysis

١٧-٣-٢ الأساليب المتقنة **Elaboration analysis**

١٧-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطية **Log Linear Models**

تمهيد :

هذا الباب يعد أساسا لدراسة العلاقه بين عدة متغيرات.هذه **العلاقة فى** معظم الأحيان يلزم وصفهـا ـــ سواء تعلق الأمـــر بالإرتباط أو التقديـــر ـــ فى ضوءالعديد من المتغيرات الأخرى ، وليس متغير واحد . وفيما يلى بعض الأمثلة :

- **مساحة المستطيل** ، تعتـــمد على متـــغيران الطـــول والعرض، فلا يكفى وصف الإرتباط بين المساحه والطول فقط ـــأو العرض فقط . كما أن تقدير مساحة المستطيل يتطلـــب معرفة شكل العلاقه بين المساحه والطول والعرض ؛ وهى فى هذه الحالة : المساحه =الطول × العرض

- **حجـــم السكـــان فى** مجتمع معين ، مدينه أو بلد ، يعتمد على عـــدة متغيرات هى المواليد والوفيات والهجره الداخليه والخارجيه.

- **معدل الجريمه فى** مجتمع معين نجده يتوقف على عدة متغيرات منها حجم هذا المجتمع ، معدل البطاله ، درجة التدين ، ...

إن الدراسة العلمية للمتغيرات ، أى للظواهر والأشياء والأحداث و.. يستلزم يستلزم تصنيف العلاقات إلى : علاقات إرتباطية ، وعلاقات سببية ؛ نعرضها بإختصار فى الفصلين التاليين .

الفصل السادس عشر

الإرتباط

نعرض فى هذا الفصل بإختصار الأساليب الإحصائية المخصصة لوصف علاقة الإرتباط بين عدة متغيرات (ثلاثة فأكثر)

١٦-١ التوزيع التكرارى المركب Multivariate table

التوزيع التكرارى المركب أو الجدول التكرارى يعرض العلاقة بين أكثر من متغيرين ، فى صورة جدول مركب ،وأهميته وطريقة إعداده مماثله لما عرض فى الجدول التكرارى البسيط والمزدوج[1] .

١٦-٢ المصفوفه الإرتباطيه Correlation matrix

المصفوفةالإرتباطيه هى بيان يوضح الإرتباط بين كل متغيروالمتغيرات الأخرى،حيث يخصص صف لكل متغير،وبنفس الترتيب يخصص عمودلكل متغير . ويعنى ذلك أن المقدار الموجود بالصف ٤ والعمود ٥ هو معامـــــل الإرتباط بين المتغير رقم ٤ والمتغير رقم ٥ .

ملاحظات :

[1] راجع الفصل الخامس والثالث عشر

١ ــ الأرقام الموجوده على القطر الرئيسى تساوى واحد صحيح ، باعتبارها تمثل الإرتباط بين المتغير ونفسه ، ولذلك تحذف غالبا .

٢ ــ القطر الرئيسى يقسم معاملات الإرتباط إلى قسمين متماثلين ، باعتبار أن معامل الإرتباط بين المتغير الرابع والخامس هــو نفســه (فــى معظم الحالات)معامل الإرتباط بين المتغيرالخامس والرابع . ولذا غالباً يحذف أحد هذين القسمين ، وبذلك يصبح شكل المصفوفه مثلثاً .

١٦-٣ الإرتباط المتعدد Multiple correlation

معامل الإرتباط المتعدد (ر) هو معامل الإرتباط البسيط[1] بين (ص) وهو المتغير التابع ، (ص^) ، وهى معادلة تقديرالمتغير التابع أو معادلة الإنحدار .

تقع قيمه معامل الإرتباط المتعدد (ر) بين صفر، واحد صحيح . والقيمة $ر^٢$ تعبر عن مقدار التباين فى المتغيرالتابع والذى يمكن تفسيره من خلال المتغيرات المستقلة .

١٦-٤ الإرتباط الجزئى

الإرتباط الجزئى Partial correlation هو مقياس إرتباط للعلاقة الخطية بين متغيرين مع إستبعاد تأثيرباقى المتغيرات . وتقع قيمته بين + ١ ، - ١ .

---

[1] راجع القسم ١٤-٢

١٦-٥ إرتباط الجزء Part correlation

إرتباط الجزء Part correlation or semi-partial correlation فى أبسط صوره هو الإرتباط بين متغيريــن بعد إستبعادأثرمتغير ثالث من أحدهما.

١٦-٦ التحليل العاملى Factor analysis

فى حالات كثيرة يكون عدد المتغيرات كبيراً مع وجــود إرتباطـــات قوية بينها ، يكون من المفيد إختصار هذا العدد لسهولة التعامل معها، أى التعامل مع عدد أقل من المتغيرات (وتسمى عوامل).هذا ما يحققه التحليل العاملى

١٦-٧التحليل العنقودى Cluster analysis

يهدف هــذا الأسلــوب إلــى فرز عــدة أشيــاء فــى مجموعـــات Groups or Clusters بحيث تكون كل مجموعه متجانسه فيما بينها تبعا لمعيار معين

١٦-٨ تحليل التمايزDiscrimination Analysis

أسلوب للتمييزبين عددمن الوحدات،وتخصيصهافىعدد من المجموعات بطريقة مثلى ،بحيث يكون التبايــن (الإختــلاف) بين المجموعات أكبــر ما يمكن ، وداخـــل المجموعات أقل ما يمكن .

الفصل السابع عشر

السببية Causality

من أهم أهداف العلم دراسة علاقة السببية والتى تعد الأساس فى وصف الظواهر والتفسير والتقدير والتنبؤ .

إن علاقة السببية من أهم وأعقد الموضوعات فى الفلسفة،والمنطق ، والبحث العلمى بصفة عامة . لقد قدم الفلاسفة والمناطقة الكثير فى هذا الصدد ؛

مثلا ، قدم مل Mill مبادئ للسببية ، منها على سبيل المثال التلازم فى التغير Concomitant Variation ؛ إن هذا المبدأ المفيد والذى أسهم كثيرا فى البحث العلمى ، لم يكن لينفذ ويؤتى بثمارة بدون الأداة التنفيذية التى قدمها علماء الإحصاء ، وهى مقاييس وصف العلاقة بين المتغيرات ومنها مقاييس الإرتباط فى صورها المختلفة . لقد قدم علم الإحصاء للمنطق ومناهج البحث أساليب التنفيذ . وفى هذا المجال يقدم علم الإحصاء العديد من الأساليب ، تم عرض بعضها فى فصول سابقة ؛ وفى هذا الفصل نعرض مجموعة أخرى من الأساليب الإحصائية الموجهة لمزيد من وصف العلاقة بين المتغيرات وبصفة خاصة عن علاقة السببية . وهذه الأساليب تعد من الموضوعات المتقدمه فى الإحصاء ، وهى فوق مستوى هذا الكتاب

١٧-١ مراحـــل البحـــث فـــى علاقـــة السببية[1]

إن مشكلة السببية هى مشكلة منطق وبحث علمى ، غير أن الوصـــول للعلاقـــة السببية يستلزم غالبا إستخدام الأساليب الإحصائية بإعتبار أن علم الإحصاء يعد كماأوضحنا منفذا للمنطق والمنهج العلمى

البحث التطبيقى يهتم بحل المشاكل . ولحل مشكلة يجـــب أولا معرفـــة ســـبب المشكلة . ....

إن البحث عن السبب يبدأ **بتعيين المتغيرات** الملائمة لخلق المشكلة . بعدها نبدأ **فى وصف كل متغير** بإستخدام أساليب وصف متغير وحيد .

، وبعدها نبدأ بحث **الإرتباط** (التوافق Association) بين المتغيرات من خلال **التحليل المزدوج والتحليل متعدد المتغيرات .**

الإرتباط Correlation يحدث عندما تعطى المعلومات عـــن قيمـــة متغيـــر معلومات عن قيمة متغير آخر ، بمعنى وجود تلازم فى التغير .

إن البحث عن الإرتباط يكافئ محاولة تفسير التباين فى المتغير التابع

علاقة السببية تكون عندما يحدث التغير فى متغير(المستقلIndependant) تغيرات فى متغير آخر (التابع dependant) .

---

[1] Rubin p. 415

بصفة عامة عند البحث فى السببية ، يتم حساب التغير فى المتغير التابع ، ويعد المتغير المستقل مرشحا لإحداث التغير فى المتغير التابع ؛ وإذا ما فسر التباين ، فهذا يعنى وجود إرتباط . بعد الوصول إلى وجود إرتباط بين متغيرين ، نبحث فى تفسيرات بديلة ، وإذا لم نجد تفسيرات بديلة ، عند ذلك فقط نكون بصدد تفسيرا سببيا Causal Explication

إن البحث عن السببية يتضمن ثلاث خطوات : الوصف ، التفسير،التحديد

١٧-١-١ مرحلة الوصف Discribtion

فحص الإرتباط بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة المحتملة Possible .هذه الإرتباطات تعد تفسيرات سببية مؤقته Tentative للتباين فىالمتغير التابع . ولتثبيت Determining الإرتباط يجب النظر فى النقاط الخمـــس التالية :

١ تعين المتغيرات المستقلة التى يجب فحصها

٢ تحديد قوة الإرتباط بين كل متغير مستقل والمتغير التابع ، بمعنى مدى قدرة قيمة المتغير المستقل فى تحديد قيمة المتغير التابع .

٣ إحتمال أن يكون هذا الإرتباط راجعا للصدفة Chance ، بمعنى أن يكون ذلك راجعا للمعاينة Sampling .

٤ إتجاه الإرتباط ، هل هو طردى ، بمعنى أن المتغير التابع يتمشى مع لمستقل زيادة ونقصانا ، أو عكسى .

فىهذه المرحلة تستخدم أساليب الوصف بالباب الثالث والرابع

١٧-١-٢ مرحلة التفسير Explanation

يتم البحث عن تفسيرات بديلة للإرتباط بين المتغيرات ، وإذا أسفر البحث عن عدم وجود أية تفسيرات بديلة ، يعد ما لدينا تفسيرا سببيا . إن عملية التفسير تتطلب فحص عدة متغيرات فى آن واحـد ، فيمـا يعـرف بالتحليـل متعـدد المتغيرات .

فى مرحلة التفسير تستخدم الأساليب التالية :

١ التحليل المتقن **Elaboration analysis** وهو يلائم مستوى القيـاس الكيفى للمتغيرات .

٢ تحليل المسار **Path analysis** و وهو يتطلب مستوى قيـاس كمـى للمتغيرات .

١٧-١-٣ مرحلة التحديد Identification

المتغيرات المستقلة ليست على درجة واحدة فى أهميتهـا وتأثيرهـا علـى المتغيرالتابع . فى مرحلة التحديد يجـب تحديـد الأوزان لكـل المتغيـرات المستقلة .

فى مرحلة التحديد تستخدم الأساليب التالية :

١ النماذج اللوغاريتمية الخطية **Log linear Models** ، وذلك للمتغيرات الكيفية

٢نماذج الإنحدار المتعدد **Multiple Regression** ، وذلـك للمتغيـرات الكمية

٢-١٧ الإنحـــدار المتعـــدد Multiple regression

هذه النماذج تصف العلاقة بين متغير ما يطلق عليه المتغير التابع(ص) وعدد من المتغيرات الأخرى يطلق عليها المتغيرات المستقلة أو المفسرة ، ($س_١$ $س_٢$ $س_٣$ ...... $س_ر$) وتوضح عملية الوصف هذه مقدار التأ ثيـــر الذى تحدثه هذه المتغيرات المستقله مجتمعه على المتغير التابع، كمـــا توضـــح مقدار تأ ثير كل متغير على حده . ويمدنا الأسلوب بمعادلة الإنحـــدار المتعـــدد ،أومعادلة تقديرالمتغير التابع ويرمز لها ($\hat{ص}$) وهى تعد أفضل تقدير لقيمـــة (ص) .

وفيما يلى بعض الأمثلة :

تقدير الضريبة

تقوم مصلحة الضرائب بتقدير الضريبة على المنشأة بصورة جزافية(فىحالـــة عدم وجود دفاتر منتظمة) . و يعطى أسلوب الإنحدار تقديرا للضريبة بصورة موضوعية ،حيث تخصص للمنشآت المتماثلة فى طبيعة النشاط معادلة تقـــدير، مثال ذلك :

المتغير التابع : ص الضريبة

المتغيرات المستقله : وهى المتغيرات المؤثرة فى الربحية ، وأهمها :

$س_١$ رأس المال

$س_٢$ عمر المشروع

$س_٣$ عددالعاملين

$س_٤$ الموقع

تقدير سرعة السيارة

تثار مشكلة تحديد سرعة السيارة فى قضايا القتل والإصابة الخطأ ،فىمحاولـــة لإثبات أن قائد السيارة قد جاوز السرعة المحددة فى القوانين واللوائح .وفى هذا الصدد يمكن الإستعانة بأسلوب الإنحدار لتقدير السرعة بصـــورة موضـــوعية ،وذلك من معادلة تقدير تناسب الظروف والمناسبات الخاصة بالحالـــة محـــل البحث ، مثال ذلك :

المتغير التابع : ص سرعة السيارة

المتغيرات المستقله :

$س_١$ مسافة الفرامل

$س_٢$ درجة إرتفاع الطريق

$س_٣$ كفاءة الفرامل

$س_٤$ حمولة السيارة

$س_٥$ حالة الإطارات

تقدير وقت الوفاة

تقدير وقت الوفاة له أهمية كبرى خاصة فى حالات الشك الجنائى ، وكذا فى حالات التأمين على الحياة، لتحديد ما إذا كان وقت الوفاة يقع فى الفتـــرة المغطاة تأمينيا .وتوجد طرق متعددة لتقدير وقت الوفاة

يمكن تقدير وقت الوفاة من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية :

المتغير التابع : ص وقت الوفاة

المتغيرات المستقله : س١ درجة حرارة الجسم

س٢ درجة حرارة الجو

س٣ درجة السمنة

وقت تعاطى المسكرات

تقدير وقت تعاطى المسكرات له أهمية كبيرة فى الحوادث الجنائية ،ويمكن تقدير ذلك من معادلة إنحدار تتضمن المتغيرات التالية:

المتغير التابع : ص وقت وقت التعاطى

المتغيرات المستقله : س١ نسبة الكحول فى الدم

س٢ نوع المشروب

س٣ كمية الطعام

س٤ نوع الطعام

١٧-٣ أساليب أخرى

١٧-٣-١ تحليل المسار Path Analysis

الهدف مقارنة العلاقة المفترضة بين المتغيرات مع البيانات المشاهدة ، بهدف إختبار مدى التوافق بينهما ، وإذا لم يوجد توافق ، يشير إلى تعديله أ و يرشد عن نموذج جديد ، وهذا يعاد إختباره وهكذا.

وأسلوب تحليل المسار يستخدم سلسلة من نماذج إنحدار متعدد بغرض وصف العلاقة بين عدة متغيرات ، وتحديد العوامل السببية وتقدير قوة

تأثيرها . ويعد النموذج على هيئة مخطط diagram يوضح العلاقة بين المتغيرات ويعرض قوة العلاقة بينها والترتيب التتابعى لها Sequential order

١٧-٣-٢ التحليل المتقن Elaboration analysis

من النماذج المألوفة لفحص البيانات المعروضة فى جداول تكرارية بغرض إضفاء المزيد من المعلومات عن العلاقة بين متغيرين وسعيا لكشف العلاقات السببية . هذه الأساليب تتطلب تفسيرات نظرية بجانب الأساليب الإحصائية ، وفيها يتم إدخال متغيرات على النموذج مع التحكم فيها وضبطها وذلك لإختبار علاقة الإرتباط الأصلية للمتغيرات صحة أو زيفا .

هذه المتغيرات تسمى عوامل إختبارية Test Factors ، ومنها المتغيرات الخارجية Extraneous و المتغيرات المتداخلة Intervening و المتغيرات العازلة Suppressor و المتغيرات السابقة Antecedent ، .....

١٧-٣-٣ النماذج اللوغاريتمية الخطيـــة Log Linear Models

هذه النماذج تستخدم فى حالة المتغيرات الكيفية ،و الغرض منها تحديـــد أوزان المتغيرات المستقلة . هذه المتغيرات يتم إختيارها بناء على الدراسات التمهيدية

للبيانات بالإسترشاد بمقاييس الإرتبـــاط و الأســـاليب المتقنـــة Elaboration analysis

الباب السادس

الإحتمـــال

الفصل الثامن عشر

مقدمة

١٨ -١ مفهوم الإحتمال

الإحتمالات فرع من فروع الرياضيات يختص بالقياس فى حالات اللاتيقن Uncertainty .

تعريف : **إحتمال الحدث** أ ، ويكتب ح(أ) هو رقم يقع بين صفر وواحد يقيس فرصة وقوع هذا الحدث . والرقم صفر يعنى أن **الحدث مستحيل** Impossible والرقم واحد يعنى أن **الحدث مؤكد أويقينى** Certain

إن تقدير الإحتمال يكون من خلال منهجين :

١ التقدير الموضوعى : **Objective** ويكون ذلك وفق مفهومين :المفهوم الكلاسيكى Classical Concept ومفهوم التكرار النسبى Relative frequency

٢ التقدير الذاتى : **Subjective**يتم تحديد الإحتمال وفقا لهذا المفهوم على أساس درجة إعتقاد شخصية (واحد أو أكثر). وهناك حالات كثيرة تستدعى الإعتماد على هذا المفهوم لعدم وجود تكرارات كافية ،مثال ذلك : إحتمال إصابة الهدف من مسدس ، إحتمال أن تكون الشهادة كاذبة فى قضية معينة .

١٨-٣ قوانين العد Counting

١٨-٢-١ مبدأ العد

إذا كان لدينا عدد من العمليات قدره ك والعملية الأولى يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره ن١ والعملية الثانية يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره ن٢ ....والعملية ك يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره نك ،فإن عدد الطرق (ع) التى يمكن بها إجراء هذه العمليات جميعها هو :

ع = ن١ ن٢ ن ....نك (١٨-١)

تطبيق (١٨-١)

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي مع إرجاع الوحدات المسحوبة .

الحل : ن= ٥ ، ن= ٣

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة العد

ـه

ن^ن = ٥ ^٣ = ١٢٥

تطبيق (١٨-٢) :

قفل رقمي له ٣ حلقات كل منها به عشرة أرقام . كـم عـدد الأرقـام الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = $ن_١ ن_٢ ن_٣$

= ١٠×١٠×١٠ = ١٠٠٠ رقم

١٨-٢-٢ المضروب Factorial

مضروب العدد ن أو عدد تباديل ن من الأشياء المختلفة يحسب بالصيغة

ن ! = ن (ن-١) (ن-٢) ....(٢) (١)   (١٨-٢)

تطبيق (١٨-٣)

بكم طريقة يمكن بها إعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩ على أن يجرى اختبار كل يوم .

الحل :

عدد الطرق = ٩! = ٩ (٨) (٧) ···· (٢) (١) = ٣٦٢٨٨٠

١٨-٢-٣ التباديل Permutation

عدد تباديل ن من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها **ن** يحسب باستخدام الصيغة :

$$ل_{ن}^{ن} = \frac{ن\,!}{(ن - ن)} \qquad (١٨-٣)$$

تطبيق (١٨-٤) :

(أ) يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب الوحدات على التوالي بدون إرجاع .

الحل :

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة التباديل

$$ل_{٣}^{٥} = \frac{٥!}{٢!} = \frac{١٢٠}{٢} = ٦٠$$

١٨-٢-٤ التوافيق Combination

عدد توافيق ن من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها **ن** يحسب بإســتخدام الصيغة :

$$\binom{ن}{ن} = \frac{ن!}{(ن - ن)!\ ن!} \qquad (١٨-٤)$$

تطبيق(١٨-٥) :

يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها في حالة سحب العينة دفعة واحدة

الحل :

عدد العينات التي يمكن سحبها فى هذه الحالة يتبع قاعدة التوافيق

$$\binom{٥}{٣} = \frac{٥!}{(٥-٣)!\ ٣!} = \frac{١٢٠}{٢ \times ٦} = ١٠$$

تطبيق (١٨-٦) :

يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم طريقة يمكن تكوينها ؟

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{(10-3)!\ 3!} = 120$$

تطبيق (١٨-٧) :

ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال متشابهة ؟

$$\text{عددالطرق} = \binom{10}{4} = \frac{10!}{(10-4)!\ 4!} = 210$$

الفصل التاسع عشر

قوانين الإحتمالات

نعرض فى هذا الفصل للقوانين الأساسية للإحتمالات ، ونبدأ ببعض التعاريف الضرورية :

إتحاد حدثين أ ، ب ويكتب أ∪ **ب** يعنى وقوع أ أو ب أو كليهما

تقاطع حدثين أ ، ب ويكتب أ ∩ ب يعنى وقوع أ و ب معا

فراغ العينة (ف) لتجربة : هو مجموعة النتائج الممكنة من التجربة

مكمل الحدث : لكل حدث ب مكمل يرمز له بَ ويعنى عدم وقوع ب

١٩-١ قانون جمع الإحتمالات

يقيس إحتمال واحد من الأحداث على الأقل

ح(ا∪ ب) = ح(ا) + ح(ب) − ح(ا∩ب) [١٩-١]

وفى حالة ثلاثة أحداث ،

ح(ا∪ ب ∪ د) = ح(ا) + ح(ب) + ح(د) − ح(ا∩ب) −
ح(ا∩د)− ح(ب∩د) + ح(ا∩ ب∩د) [١٩-٢]

وبصفة عامة

ح(∪ ار) = مج ح(ار) − مج ح(ار ∩ ار) +

مج ح(ار ∩ ار ∩ اك) − .... [١٩-٣]

حيث الرمز مج يعنى حاصل جمع الحدود التالية

١٩-٢ الأحداث المتنافية Mutually exclusive events

يقال لحدثان ا ، ب أنهما متنافيان إذا كان من المحال وقوعهما معا . أى أن :

ح(ا∩ب) = صفر [١٩-٤]

وإذا كانت **الأحداث متنافية** تصبح الصيغ أعلاه كما يلى :

ح(ا∪ب) = ح(ا) + ح(ب) [١٩-٥]

ح(ا∪ب∪د) = ح(ا) + ح(ب) + ح(د) [١٩-٦]

وبصفة عامة

ح(∪ ار) = مج ح(ار) [١٩-٧]

١٩-٣ الإحتمال الشرطى

ح(أ|ب) يسمى الإحتمال الشرطى أو المشروط ، بمعنى إحتمال الحدث ا فى حالة وقوع ب ، أى بشرط وقوع ب .

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} \qquad [١٩-٨]$$

مثلا العبارة " الواقعة أ إذا أيدها دليل قاطع ب تعد يقينية " يكون التعبير عنها رياضيا بالصيغة

$$ح(أ|ب) = ١$$

وبالطبع إذا كان الدليل ليس قاطعا يكون إحتمال الواقعة أقل من واحد ، بمعنى اللايقين

١٩-٤ قانون ضرب الإحتمالات

يقيس إحتمال وقوع الأحداث مع بعضها ، من [١٩-٨]

$$ح(ا \cap ب) = ح(ا) \; ح(ب|ا) \qquad [١٩-٩]$$

فى حالة وجود ثلاثة أحداث ، يكون إحتمال وقوعها جميعا :

$$ح(ا \cap ب \cap د) = ح(د) \; ح(ب|د) \; ح(ا|ب \cap د) \quad ، \qquad [١٩-١٠]$$

$$ح(د) \neq ٠ ، ح(ب \cap د) \neq ٠$$

١٩-٥ الأحداث المستقلة Independent Events

يقال أن الحدثان ا ، ب مستقلان إحصائيا ، إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر فى إحتمال وقوع الآخر .أى أن : الإحتمال المشروط = الإحتمال المطلق

ح(ب | ا) = ح(ب) [١٩-١١]

وفى هذه الحالة تصبح صيغ ضرب الإحتمالات كما يلى :

ح(ا∩ب) = ح(ا) ح(ب) [١٩-١٢]

* أذا كان الحدثان ا ، ب مستقلان ، يكون كذلك كلا من ا ، بَ وكذا اَ ، ب وكذا اَ ، بَ

الإستقلال لثلاث أحداث وأكثر

يقال لهذه الأحداث أنها مستقلة إذا كان إحتمال تقاطعها (حدوثها مع بعض)

يساوى حاصل ضرب إحتمالاتها ، فى حالة ثلاث أحداث :

ح(ا∩ب∩د) = ح(ا) ح(ب) ح(د) [١٩-١٣]

وبصفة عامة

ح(∩ ار) = $\prod$ ح(ار) [١٩-١٤]

حيث الرمز $\prod$ يعنى حاصل ضرب الحدود التالية

الإستقلال التام

يقال لمجموعة من الأحداث أنها مستقلة تماما إذا وإذا فقط كان أى توفيق Combination من هذه الأحداث ، مأخوذة معا لآى عدد ، تكون مستقلة .

ففى حالة ثلاث أحداث يعنى الإستقلال التام تحقيق مايلى :

ح(ا∩ب∩د) = ح(ا) ح(ب) ح(د)

ح(ا∩ب) = ح(ا) ح(ب)

ح(ا∩د) = ح(ا) ح(د)

ح(ب∩د) = ح(ب) ح(د)

وفى حالة تحقق هذه المجموعة الأخيرة ، يكون الأمر محققا كذلك إذا إستبدلنا أى حدث بالحدث المكمل له . مثلا :

ح(ا ∩ بَ∩د) = ح(ا) ح(بَ) ح(د)

تطبيق(١٩-١)

فيما يلي جدول باحتمالات الحياة في أحد المجتمعات حيث يتكون حيـز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت في العشرة سـنوات الأولـى ، الموت في العشر سنوات الثانية ، ... ، الموت بعد سن الثمانين .

بالنسبة لشخص في سن الخمسين الأن ، ما احتمال أن يموت قبـل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
٠-١٠	٠,٠٣٢٣
١٠-٢٠	٠,٠٠٦٥
٢٠-٣٠	٠,٠١٢١
٣٠-٤٠	٠,٠١٨٤
٤٠-٥٠	٠,٠٤٣١
٥٠-٦٠	٠,٠٦٩٦
٦٠-٧٠	٠,١٨٢١
٧٠-٨٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل :

لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطي ح(أ|ب) حيث أ هو الحدث "يموت قبل سن الستين" والحدث ب هو "يموت بعد سن الخمسين" .

ح(ب) = ٠,٠٩٦٩+٠,١٨٢١+٠,٢٧٢٨+٠,٣٣٥٨=٠,٨٨٧٦

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0.0969}{0.8876} = ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (١٩-٢)

في مسح صحي عام لأحد المجتمعات وجد ما يلي :

٦% مرضى بالقلب .

٩% مرضى بضغط الدم .

٢% مرضى بالقلب وضغط الدم .

في حالة سحب شخص عشوائياً من هذا المجتمع أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الشخص مريضاً .

(ب) احتمال أن يكون الشخص سليماً .

(ج) احتمال أن يكون الشخص مريضاً بالقلب إذا كان مريضاً بالضغط .

(د) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل :

(أ) ح (مـــــــريض) = ح (ق ∪ ض) = ح (ق) + ح (ض) - ح (ق ∩ ض) = ٠,٠٦ + ٠,٠٩ - ٠,٠٢ = ٠,١٣

(ب) ح(سليم) = ١ - ح (مريض)

= ١ - ٠,١٣ = ٠,٨٧

(ج) ح (ق / ض) = $\frac{\text{ح(ق ∩ ض)}}{\text{ح(ض)}}$

= $\frac{0.02}{0.09}$ = ٠,٢٢

(د) ح (ق / ض) = ٠,٢٢ وهـــذه لا تســـاوي ح (ق) = ٠,٠٦ إذن المرضان غير مستقلين .

٦-١٩ الإحتمال الكلى Total probability

بفرض وجود عدد ك من **الأحداث المتنافية الشاملة** Exhaustive : ف١، ف٢، ...، فر ... ، فك (وهى أحداث

يتكون من إتحادها فراغ العينة، كما يلى : ف١ ∪ ف٢ ∪ ... ∪ فك = ف)

فإنه لأى حدث آخر (ى) ينتمى لفراغ العينة (ف) :

ح(ى) = مج ح(فر ∩ ى)

= مج ح(فر) ح(ى | فر) [١٩-١٥]

١٩-٧ نظرية بييز Bayes Theorem

فى عام ١٧٦٣ قدم توماس بييز نظرية هامة ، حيث تمدنا بإحتمالات الفروض المختلفة ، أو أسباب الأحداث ، أى إحتمال أن تكون النتيجة قد حدثت بسبب معين .

بفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الشاملة (فروض ،أسباب ،مقدمات) ف١ ،ف٢ ،.. ، فر .. .. ،فك وقع منهم واحد ولكن غير معلوم ما هو ، وبسبب ذلك وقع حدث آخر، هو النتيجة (ى) .

نظرية بييز تمكننا من معرفة إحتمال أن يكون حدث ما بينهم ، وليكن (فر) مثلا هو السبب فى هذه النتيجة ، أى ح (فر | ى) ، ويسمى الإحتمال البعدى Posterior ،ويعد ذلك بمثابة تنقيح للإحتمال القبلى ح (فر) بعد توافر معلومات جديدة وهى وقوع الحدث (ى) .

من قانون الإحتمال الشرطى [١٩-٨]

ح (فر | ى) = ح (فر ∩ ى) / ―――――

$$\text{ح}(\text{ى})$$

بالتعويض عن ح (ى) من قانون الإحتمال الكلى [١٩-١٥]

$$\text{ح}(\text{ف}_\text{ر} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح}(\text{ف}_\text{ر})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}_\text{ر})}{\text{مج}\ \text{ح}(\text{ف}_\text{ر})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}_\text{ر})} \qquad [١٩-١٦]$$

حالة وجود حدثين $\text{ف}_١$ ، $\text{ف}_٢$

تكون نظرية بييز بالصيغة التالية :

$$\text{ح}(\text{ف}_١ \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح}(\text{ف}_١)\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}_١)}{\text{ح}(\text{ف}_١)\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}_١) + \text{ح}(\text{ف}_٢)\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}_٢)} \qquad [١٩-١٧]$$

وبإعتبار الحدثين مكملين لبعضهما، ونرمز لهما ف ، $\bar{\text{ف}}$ ، تكون نظرية بييز بالصيغة التالية :

$$\text{ح}(\text{ف} \mid \text{ى}) = \frac{\text{ح}(\text{ف})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف})}{\text{ح}(\text{ف})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \text{ف}) + \text{ح}(\bar{\text{ف}})\ \text{ح}(\text{ى} \mid \bar{\text{ف}})} \qquad [١٩-١٨]$$

تطبيق (١٩-٣) :

تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري في مجتمع معين ٨% واحتمـــال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علماً بأنه مريض فعلاً هو ٠,٩٥

واحتمال أن يقرر إصابته علما بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيب شخصاً ما بأنه مريض بالسكري فما هو احتمال أن يكون الشخص مريضاً فعلاً؟

الحل :

نستخدم نظرية بييز ، نعد توزيعاً احتماليا كما هو وراد بالجدول أدناه ــ ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصاً ما بأنه مصاب بمرض السكري فإن هناك احتمال قدره ٨٠% تقريباً أن يكون مريضاً بهذا المرض .

تقرير الطبيب	حالة المريض		
	مريض ف١	غير مريض ف٢	
مصاب أ	٠,٠٧٦	٠,٠١٨٤	٠,٠٩٤٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦	
	٠,٠٨	٠,٩٢	

ح (ف، ١أ) = ٠,٠٧٦ / ٠,٠٩٤٤ = ٠,٨٠٥

تطبيق (١٩-٤) :

يتم العمل في أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج المعيب في الأقسام الثلاثة هي ١% ، ٥% ، ٣% ويتم توزيع العمل على الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠% ، ٤٠% ، ٣٠% على التوالي . في حالة ظهور إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولاً عن هذا الخطأ .

الحل :

نستخدم نظرية بييز .

الإنتاج	الأقسام		
	ف١	ف٢	ف٣
معيب (أ)	٠,٠٠٣	٠,٠٢	٠,٠٠٩
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١
ح(فر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣
ح(فر ا١)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١

٠,٠٣٢

الفصل العشرون

التوزيعات الاحتمالية

Probability distributions

٢٠-١ الأهمية

في الفصول السابقة تم عرض بعض القوانين العامة التي يمكـــن معهـــا حساب الاحتمالات للمتغيرات أو الظواهر أو الأحداث . غير أن هناك متغيرات يكون لها صفات خاصة بحيث يفضل وصف توزيعها بنماذج رياضية احتمالية خاصة ــ وهذا ما يطلق عليه التوزيعات الاحتمالية ، ولها فوائد كثيـــرة نـــذكر منها :

(١) استخـــلاص المعلومات بسهولة وكفاءة أكبر من الاعتماد علـــى الصـــيغ العامة .

(٢) يتيح ذلك عمل جداول[١] وخرائط لسهولة الحصول على المعلومات .

---

[١] أنظر الملاحق

(٣) تمكن من الوصول إلى صيغ أو مقاييس محددة لوصف التوزيـــع بحيــث تنطبق على كل المتغيرات التي تتبع ذلك التوزيع . وعلى ســبيل المثــال تتاح صيغ مباشرة لحساب المتوسط الحسابي ، التباين ، . . . الخ .

(٤) إن استخدام صيغة رياضية محددة لوصف المتغير يمكن من سهولة إدخالها لبناء نماذج رياضية أكبر تتعلق بدراسة أنساق ومشاكل أكبر .

(٥) معرفة التوزيع يفيد في عملية الاستقراء .

ويوجد الكثير من التوزيعات الاحتمالية[1] ، وتنقسم بصفة عامة إلى (أ) توزيعات غير مستمرة أو متقطعة Discrete نعرض منها التوزيعات الشائعة .

وهى التوزيع الهيبرجيومتري وتوزيع ذي الحــدين ؛(ب) وتوزيعـــات مستمرة Continuous نعرض منها التوزيع الطبيعي وتوزيع (ت) وتوزيع (كا^2) وتوزيع (ف) .

٢٠-٣ التوزيع الهيبرجيومتري

Hypergeometric

يمثل التوزيع حالة سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع الوحــدات المسحــوبة . فبفرض أننا مهتمون بعدد الوحدات المعيبة (س) في عينة حجمها ( ) سحبناها من مجتمع حجمه (ن) يحوي عدد قدره (أ) من الوحدات المعيبة .

إن احتمال سحب عدد قدره (س) وحدة معيبة يتم احتسابه من صـــيغة التوزيـــع الهيبروجيومتري :

ا   ن-ا

[1] راجع الجداول الإحصائية ، للمولف

$$ح_{ن، ن، ا}(س) = \frac{\binom{}{س}\binom{}{ن - س}}{\binom{ن}{ن}} \qquad (٢٠-١)$$

حيث $س_ى \leq س \leq س_ا$

$س_ا$ = الأكبر بين [صفر من - (ن-١)]

$س_ى$ = الأصغر بين [ن ، أ]

ويمكن الحصول على التوزيع الاحتمالي المتجمع باستخدام الصيغة :

$$ح_{ن، ا}(ر) = ح(س \geq ر) = مجـ_{س=س_ا}^{ر}\ ح_{ن، ن، ا}(س) \qquad (٢٠-٢)$$

ونظراً لأهمية التوزيع الهيبرجيومتري ، فقد تم إعداد جداول لتبسـيط الجهـد الحسابي ــ ويمكن استخدام العلاقات التالية :

$$ح_{ن، ن، ا}(س) = ح_{ن، ا، ن}(س) \qquad (٢٠-٣)$$

$$ح_{ن، ن، ا}(س) = ح_{ن، ا، ن}(س) \qquad (٢٠-٤)$$

أي أن ن ، أ يمكن تبديلهما .

ومن خصائص المتغير س الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

(١) متوسطة $\overline{س}$ = ن ق $\qquad$ (٢٠-٥)

(٢) تباينة σ^{2} س = ن ق ك $\frac{ن - ن}{ن - ١}$ $\qquad$ (٢٠-٦)

حيث ق = $\frac{أ}{ن}$ ، ك = ١-ق

تطبيق(٢٠-١)

مجتمع حجمه ١٢ وحدة منها ثلاث وحدات معيبة تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ . أوجد التوزيع الاحتمالي لعدد الوحدات المعيبة في العينة .

الحل :

نرمز لعدد الوحدات المعيبة في العينة بالرمز (س) والتـي قـد تكـون صفر، ١ ، ٢ .

$$ح (س) = \frac{\binom{ا}{س}\binom{ن - ا}{ن - س}}{\binom{ن}{ن}}$$

$$ح(٠) = \frac{\binom{٣}{٠}\binom{٩}{٢}}{\binom{١٢}{٢}} = ٠,٥٤٦$$

$$ح(١) = \frac{\binom{٣}{١}\binom{٩}{١}}{٦٦} = ٠,٤٠٩$$

$$ح(٢) = \frac{\binom{٣}{٢}\binom{٩}{٠}}{٦٦} = ٠,٠٤٥$$

ويمكن عرض هذا التوزيع الاحتمالي في جدول كما يلي :

س	ح(س)
٠	٠,٥٤٦
١	٠,٤٠٩
٢	٠,٠٤٥
	١

٢٠-٣ توزيع ذي الحدين Binomial

من التوزيعات الهامة ، وهو يمثل حالة سحب عينة من مجتمع كما في التوزيع الهيبرجيومتري ، مع بعض الخلافات . فتوزيع ذي الحدين يصف الحالة بالشروط التالية :

١- عدد محاولات التجربة (الوحدات المسحوبة) ثابت وليكن ن .

٢- كل محاولة تشمل نتيجتين فقط ، نجاح أو فشل .

٣- احتمال النجاح في كل محاولة ثابت وليكن ق [واحتمال الفشل ك=١-ق] أي أن المحاولات مستقلة عن بعضها .

والشرط الثالث هو الذي يميـز توزيـع ذي الحـدين عـن التوزيـع الهيبرجيومتري ، ويمكن اعتبار أن التوزيع الهيبرجيومتري يمثل حالة سـحب عينة من مجتمع محدود حيث تعتبر السحبات المتتالية غير مستقلة ، بينما يمثل توزيع ذي الحدين حالة السحب مع إرجاع الوحدات المسحوبة إلى المجتمـع ــ وبذلك تكون محاولات السحب المتتالية مستقلة عن بعضها ، ويكون الأمر كذلك في حالة سحب العينة من مجتمع كبير .

والمتغير في كلا التوزيعان واحد وهو عدد مرات النجاح في (ن) من المحاولات ولنرمز له بالرمز (س) . وصيغة توزيع ذي الحدين كما يلي :

$$\text{ح}_{\text{ن،ق}}(\text{س}) = \binom{\text{ن}}{\text{س}} \text{ق}^{\text{س}} \text{ك}^{\text{ن}-\text{س}} \qquad (٢٠-٧)$$

حيث س= ٠ ، ١ ، ٢ ، ٠٠٠، ن

وصيغة توزيع ذي الحدين المتجمع هي :

ح ن،ق (ر)= مجـــر س ح ن،ق (س) (٢٠-٨)

ويمكن استخدام توزيع ذي الحدين كتقريب للتوزيع الهيبرجيـــومتري ، حيث :

ح ن، ن ،ا (س) = ح ن،ق (س) (٢٠-٩)

حيث ق = ١ / ن

ويكون هذا التقريب جيداً في حالة توافر الشروط التالية :

١ ن/ن ≤ ٠,١

٢ ن ≥ أ (٢٠-١٠)

٣ ن ≤ ٥٠

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع توزيع ذي الحدين ما يلي :

(١) متوسطه س- = ن ق (٢٠-١١)

(٢) تباينة $\sigma^2_{س} = ن ق ك$ (٢٠-١٢)

تطبيق(٢٠-٢)

ما هي الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور في الأسر التي بها أربعة أولاد؟

الحل :

من قوانين الوراثة يمكن اعتبار ولادة الطفل مستقلة عن حالة الطفل السابق كما أن احتمال أن يكون المولود ذكراً هو $\frac{1}{2}$. والمتغير (س) وهو عدد الذكور بالأسرة قد يكون صفر،١،٢،٣،٤ ، ويمكن حساب احتمال كل منها بالصيغة (٢-٢٢) .

$$ح_{٤،٠,٥}(س) = \binom{٤}{س} ٠,٥^{س} \; ٠,٥^{٤-س}$$

$$= \binom{٤}{س} ٠,٥^{٤}$$

$$= ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{س}$$

٤

ح (٠) = ٠,٠٦٢٥ (٠) = ٠,٠٦٢٥

ح (١) = ٠,٠٦٢٥ (٤ ١) = ٠,٠٦٢٥ (٤) = ٠,٢٥

وهكذا . ويمكن عرض النتائج في صورة التوزيع الاحتمالي التالي :

س	ح(س)
٠	٠,٠٦٢٥
١	٠,٢٥٠٠
٢	٠,٣٧٥٠
٣	٠,٢٥٠٠
٤	٠,٠٦٢٥
	١

تطبيق(٢٠-٣)

اختبار يتكون من ٢٠ سؤالاً ــ على نظام الاختبار من متعــدد ــ مـا احتمال أن يحصل الطالب بالتخمين على عشر إجابات صحيحة فأكثر :

(أ) إذا كان كل سؤال يحوي إجابتين فقط .

(ب) إذا كان كل سؤال يحوي ٤ إجابات .

الحل :

(أ) ح(س ≤ 10) = ١-ح (س ≥ 9)

= ح ٢٠، ٠,٥ (٩) = ١-٠,٤١٢ = ٠,٥٨٨

(ب) ح(س ≤ 10) = ١−ح (س ≥ 9)

= ١− $ح_{٢٥،٠,٢٠}$ (٩) = ١−٠,٩٨٦ = ٠,٠١٤

٢٠-٤ توزيع بواسون Poisson

هذا التوزيع يشترك في كثير من الأشياء مع توزيع ذي الحدين ، وصيغته كما يلي :

$$ح_م(س) = \frac{هـ^{-م} م^{س}}{س!} \qquad (١٣-٢٠)$$

حيث س = ٠، ١، ٢، ......

م > صفر

هـ = ٢,٧١٨ (أساس اللوغاريتم الطبيعي)

س! = مضروب س كما سبق تعريفها فى القسم (١٨-٢-٢)

ويستخدم توزيع بواسون لحساب الاحتمالات للأحداث النادرة أي التي يكون احتمال حدوثها (ق) قليلاً والتي تحدث بصورة عشوائية مثل معدل حوادث السيارات أو حوادث المصنع ، معدل ورود العملاء على مراكز الخدمة (مخزن ـ متجر ـ مكتبة ٠٠٠) ، معدل الأخطاء في الأعمال (كتابة ـ طباعة ـ نسخ ٠٠٠) .

ويستخدم توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذي الحدين تبسيطاً للعمل الحسابي ، على أساس أن م = ن ق ، وذلك في حالة ما إذا كانت ن كبيرة (أكبر من ٥٠) ، ق صغيرة (أصغر من ٠,١) .

ويفيد توزيع بواسون في حساب الاحتمالات في الحالات التي يكون فيها المتوسط م (ن ق) فقط معلوماً .

ولتسهيل الحصول على الاحتمالات يمكن استخدام الجداول كالموضحة بالملحق (جدول ٨) .

ومن خصائص المتغير (س) الذي يتبع هذا التوزيع ما يلي :

(١) س‾ = م (٢٠-١٤)

(٢) σ = م (٢٠-١٥)

تطبيق(٢٠- ٤)

تشير الإحصاءات الحكومية في إحدى الدول إلى أن متوسط عدد حوادث المصنع في السنة هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل ، أوجد احتمال وجود حادثة في السنة على الأقل لمصنع يحوي :

(أ) ٥٠٠٠ عامل .

(ب) ١٠٠٠٠ عامل .

الحل :

يمكن افتراض توزيع بواسون باعتبار أن الحوادث تقع بصورة عشوائية .

(أ) ح(س ≥ 1) = ١ – ح (س=صفر)

$= 1 - \frac{\text{هـ}^{-2}(2)^{0}}{0} = 1 - (2.718)^{-2} = 0.865$

(ب) حيث أن معدل الحوادث هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل فإننا نتوقع معدل قدره ٤ لكل ١٠٠٠٠ عامل .

$\text{ح}(\text{س} \geq 1) = 1 - \text{ح}(\text{س} = \text{صفر})$

$= 1 - (2.718)^{-4} = 0.982$

٣٠-٥ التوزيع الطبيعي Normal

أهميته :

التوزيع الطبيعي له أهمية كبيرة للعديد من الأسباب :

(١) كثير من الظواهر الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية تتبع هذا التوزيع ، مثال ذلك أطوال الأشخاص ، أوزانهم ، الذكاء ، الإنتاجية ، التحصيل العلمي ، الأخطاء . ولا غرابة في ذلك فمن الثابت نظرياً أنه إذا كان هناك متغير ما يتأثر بالعديد من العوامل المستقلة فإن توزيع هذا المتغير يتبع التوزيع الطبيعي .

(٢) يستخدم كتقريب لكثير من التوزيعات تحت شروط معينة .

(٣) له أهمية كبيرة في الاستقراء الإحصائي ، حيث إن كثير من توزيعات المعاينة تتبع التوزيع الطبيعي تحت شروط معقولة .

(٤) يمكن بتحويلات مناسبة جعل الكثير من التغيرات تتبع التوزيع الطبيعي .

(٥)توافر الجداول لتسهيل حساب الإحتمالات

خواصه :

(١) التوزيع الطبيعي ليس توزيع وحيد ولكنه عائلة من التوزيعــات . ويتحدد شكل التوزيع تماماً بمجرد معرفة المتوسط الحسابي ($\bar{س}$) والانحراف المعياري (σ) وغالباً يرمز لهذا التوزيع ط($\bar{س}$،σ^2).

(٢) التوزيع متماثل حول المتوسط .

(٣) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

(٤) المدى النظري للتوزيع يمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$ غير أنه عمليــاً نجد أن المدى الفعال (يحوي ٩٩,٧٤% من القيم) ينحصـــر بـــين $\bar{س} - 3\sigma$ ، $\bar{س} + 3\sigma$.

التوزيع الطبيعي المعياري Standard normal

إذا كان لدينا متغير يتبع التوزيع ط ($\bar{س}$ ، σ^2) أي التوزيع الطبيعـــي بمتوسط $\bar{س}$ وتباين قدره σ^2 فإنه يمكن تحويل هذا المتغير باســتخدام صـــيغة الدرجة المعيارية :

$$س َ = \frac{س - \bar{س}}{\sigma} \qquad (١٦-٢٠)$$

وبذلك نحصل على توزيع طبيعي متوسطه صفر وانحرافه المعيـــاري (وتباينه) واحد صحيح ، وهذا ما يسمى التوزيع الطبيعي المعياري ويرمز لـــه بالرمز ط(٠،١) . أي أنه بإجراء مثل هذا التحويل نحصل على توزيع موحـــد

مما يؤدي إلى تسهيل حساب الاحتمالات . وهناك جداول بهذا التوزيـــع تجــد نموذجاً لها بالملحق ، جدول ٢ ، أنظر الشكل

والجدول ٢ يعرض لكل قيمة ط الإحداثي (أ) وكذا الاحتمال (حـــــ) أو المساحة المظللة بالشكل بحيث :

ح [ط ≥ ط(حــ)] = حــ (٢٠- ١٧)

ويلاحظ أن الجدول يعرض هذه المعلومات لقيم ط الموجبة فقط ، أمــا بالنسبة للقيم السالبة فإنه باعتبار أن التوزيع متماثل فإن قيم الإحداثي (أ) تكــون هي نفسها كما للقيمة الموجبة . أما الاحتمالات فإنه يمكــن الحصــول عليهــا باستخدام العلاقة .

ح (ط < - ط˚) = ١ - ح (ط < ط˚) (٢٠-١٨)

تطبيق (٢٠-٥)

متغير يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ــ أوجد الحدود المركزية التي تقع فيهــا ٩٠% من القيم ؟

لتكن الحدود المركزية هي أ ، ب

ح(ط < أ) = ٠,٩٥ وباستخدام جدول ٢ بـــالملحق نجـــد أن أ = ١,٦٥
وحيث أن التوزيع متماثل تكون قيمة ب هي -١,٦٥.

تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيعي ذي الحدين وبواسون .

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب جيد لتوزيع ذي الحدين في حالة ما إذا كان كل من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ ، أي أن متغير ذي الحدين س فـــي هذه الحالة يتبع التوزيع الطبيعي ط (ن ق،ن ق ك) حسب الصيغ (٢٠-١١) (٢٠-١٢) وبالتحويل لدرجات معيارية فإن المتغير :

$$\frac{\text{س} - \text{ن ق}}{\sqrt{\text{ن ق ك}}} \qquad (٢٠-١٩)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ط (٠،١) .

وكذلك فإنه إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون فإنه كلما زادت قيمة م (أكبر من ٢٠) فإن المتغير يقترب من التوزيع الطبيعي ط (م ، م) ، حســـب الصيغ (٢٠-١٤) ، (٢٠-١٥) .

ونظراً لأن التوزيع الطبيعي توزيع مستمر بينما توزيعـــا ذي الحـــدين وبواسون من التوزيعات غير المستمرة ــ فإنه يلزم مراعاة ما يلي :

(١) إذا كان لدينا متغير س يتبع توزيع ذي الحدين أو توزيع بواســـون وكنا بصدد إيجاد الاحتمال في المدى من أ إلى ب فإنه عند استخدام تقريب التوزيع الطبيعي فإننا نستخدم المدى من :

أ – ١/٢ إلى ب + ١/٢

(وهذا التعديل لا يكون ضرورياً في حالة ما إذا كانت ن كبيرة) .

(٢) في حالة استخدام التوزيع الطبيعي لحساب احتمال قيمة معينـــة س فإننا نستخدم المدى من :

س – ١/٢ إلى س + ١/٢

تطبيق (٢٠-٦)

متغير س يتبع توزيع ذي الحدين معالمه ن = ٢٠ ، ق = ٠,٤ .

أوجد ح (٩ ≥ س ≥ ٦) باستخدام :

(أ) توزيع ذي الحدين .

(ب) التوزيع الطبيعي .

الحل :

(أ) ح (٩ ≥ س ≥ ٦) = ح ٢٠، ٠,٤ (٥)

= ٠,٧٥٥٣ – ٠,١٢٥٦

= ٠,٦٢٩٧ جدول ٧ بالملحق

(ب) ح(9 ≥ س ≥ 6)

$$= ح\left(\frac{8-9.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}} < ط < \frac{8-5.5}{\sqrt{(0.6)(0.4)(20)}}\right)$$

= ح(−٠,٦٨٥ < ط < ١,١٤١)

= ح(ط < ٠,٦٨٥) − ح(ط < −١,١٤١)

= ح(ط < ٠,٦٨٥) − [١− ح (ط < ١,١٤١)]

= ٠,٧٥٤٩ − ١ + ٠,٨٧٢٩ = ٠,٦٢٧٨

جدول ٢ بالملحق .

٣٠-٦ توزيع ت T-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير التوزيع الطبيعي المعيـــاري ؛ أنظـــر الشكل ، جدول ٣ بالملحق

خواصه :

(١)له معلمة واحدة هي (د) وتسمى درجات الحرية .

درجات الحرية (د.ح (.Degrees of freedom (d.f (مفهوم إحصائي

، تعرف بأنها عدد المشاهدات المستقلة ،بمعنى عدد المشاهدات التي

يبنى عليها إحصاء ما ناقصا عدد القيود الموضوعة على هذه

المشاهدات .

(٢) التوزيع ليس وحيداً ولكنه عائلة من التوزيعات ، ويتحدد شكل التوزيع بمجرد تحديد درجات الحرية (د) .

(٣)التوزيع متماثل حول المتوسط الحسابي .

(٤)المتوسط الحسابي يساوي صفر .

(٥)المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

(٦)مدى التوزيع يمتد من – ∞ إلى + ∞ .

(٧)بزيادة درجات الحرية يقترب التوزيـــع مـــن التوزيـــع الطبيعـــي المعياري .

الجداول :

يوضـــح جـــدول ٣ بالملحق قيم المتغير والاحتمالات المنـــاظرة لهـــا بحيث أن :

ح [س < تد (حـ)] = حـ (٢٠-٢٠)

وباعتبار أن التوزيع متماثل فإن ؛

ح (س < – ت) = ١ – ح (س < ت) (٢٠-٢١)

تطبيق (٢٠-٧)

متغير س يتبع توزيع ت بدرجات حرية ٨ أوجد :

(ا) ح (س < ١,٨٦٠)

(ب) ح (س < - ١,٨٦٠)

الحل :

بالرجوع لجدول ٣ بالملحق وأمام درجات الحرية ٨ نجد أن :

(أ) ح (س < ١,٨٦٠) = ٠,٩٥

(ب) ح (س < - ١,٨٦٠) = ١ – ح (س < ١,٨٦٠)

باستخدام (٢٠-٢١)

٧-٣٠ توزيع كا٢ X^2 distribution

توزيع مستمر له استخدامات متعددة ، أنظر جدول ٥ بالملحق

خواصه :

(١) له معلمة واحدة (د) تسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمين . وبزيادة درجات الحرية يميل إلى التماثل.

(٤) متوسط التوزيع = د .

(٥) تباين التوزيع = ٢ د

الجداول :

جدول ٥ يعرض قيم $كا^2_ر$ (حـ) بحيث أن :

ح [س < $كا^2_ر$ (حـ)] = حـ   (٢٠ - ٢٢)

تطبيق (٢٠-٨)

متغير س يتبع توزيع كا٢ بدرجات حرية ٥ أوجد :

(أ) ح (س < ١١)

(ب) ح (س > ٣)

(ج) ح (١١ > س > ٣)

الحل :

(أ) ح (س > ١١) = ١- ح (س < ١١)

= ١ - ٠,٩٥ = ٠,٠٥

(ب) ح (س < ٣) = ٠,٣

(ج) ح (١١ > س > ٣) = ح (س < ١١) - ح (س < ٣)

= ٠,٩٥-٠,٣ = ٠,٦٥

تطبيق (٢٠-٩)

أوجد قيمة $كا^2_{70}$ (٠,٩٧٥)

الحل :

نستخدم الصيغة (٢-٤٢)

$$\text{كا}^{2}_{70}\,(\text{٠,٩٧٥}) = \text{٧٠}\left[\text{١} - \frac{2}{(70)9} + \text{١,٩٦}\sqrt{\frac{2}{(70)9}}\right]^{\text{٣}} = \text{٩٥,٠٢٩}$$

ملحوظة : القيمة الجدولية هي ٩٥,٠٢

٣٠-٨ توزيع ف F-distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير توزيع كا^2 :

خواصه :

(١) له معلمتان $د_١$ ، $د_٢$ كلاهما يسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

(٣) التوزيع ملتو من اليمن .

(٤) إذا كان المتغير س يتبع توزيع $ف_{د_١ ، د_٢}$ فإن $\frac{1}{\text{س}}$ يتبع توزيع $ف_{د_٢ ، د_١}$.

الجداول :

الجدول ٤ بالملحق يعرض قيم $ف_{د_١ ، د_٢}$ (حـ) حيث :

ح [س > $ف_{د_١ ، د_٢}$ (حـ)] = حـ (٢٠-٢٣)

ولزيادة الانتفاع من استخدام الجداول يمكن استخدام العلاقة التالية :

$$\text{ف}_{\text{د}_1،\text{د}_2}(\text{حـ}) = \frac{1}{\text{ف}_{\text{د}_2،\text{د}_1}(1-\text{حـ})} \qquad (٢٠-٢٤)$$

تطبيق (٢٠-١٠)

متغير س يتبع توزيع ف بدرجات حرية $\text{د}_1 = ٨$ ، $\text{د}_2 = ٤$ أوجد الحدود المركزية التي تحوي ٩٥% من القيم .

من جدول ٤ بالملحق:

أ = $\text{ف}_{٨،٤}(٠,٩٧٥) = ٨,٩٨$

ب = $\text{ف}_{٨،٤}(٠,٠٢٥) = \frac{1}{\text{ف}_{8،4}(0.975)} = \frac{1}{5.05} = ٠,١٩٨$

الباب السابع

الإستقراء الإحصائى

الفصل الواحد و العشرون : منطق الإستقراء

٢١-١ مناهج البحث المنطقية ٢١-٢ دواعى الإستقراء

٢١-٣ دقة النتائج ٢١-٤ مناهج الإستقراء الإحصائى

٢١-٥ أسس الإستقرء ٢١-٦ توزيع المعاينة

الفصل الثانى والعشرون: منطق التقدير

٢٢-١ تقدير قيمة

٢٢-٢ تقدير فترة

الفصل الثالث والعشرون:منطق إختبارات الفروض

٢٣-١ أنواع الفروض ٢٣-٢ أنواع الإختبارات

٢٣-٣ منطق الإختبار الإحصائى ٢٣ -٤ أخطاء الإختبار

٢٣-٥ فعالية الإختبار ٢٣-٦ تفسير النتائج

٢٣-٧ إختبار الفرض حول متوسط المجتمع ٢٣ -٨ تحديد حجم العينة

الفصل الرابع والعشرون : أساليب الإستقراء

٢٤-١ تصنيف أساليب الإستقراء

٢٤-٢التوزيع : الأهمية ، إختبار كا٢

٢٤-٣ الاستقراء عن المتوسطات : تقدير متوسط المجتمع ،مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة ، بيانات مستقلة ، مقارنة عدة متوسطات تحليل التباين:ANOVA، التصميم كامل العشوائية ، المقارنات المتعددة .

الفصل الواحد العشرون
منطق الإستقراء

إن العمل العلمي أيا كانت طبيعته والغرض منه : بحثا علميا أوكشفا للحقائق أوحلا للمشاكل أو .. يستلزم إتباع قواعد منهجية .هذه القواعد المنهجية يمكن تصورها كشجرة في الحقل جذورها **المنطق** وهو المصدر الأساسي للمعرفة العلمية ، فهو العلم المختص بقواعد الإستدلال والمعرفة الصحيحة .

٢١-١ مناهج البحث المنطقية

يحدد المنطق **منهجان للمعرفة الصحيحة**،الأول منهج الإستنباط والثاني الإستقراء .

الإستنباط (Deduction)

في منهج الإستنباط نبدأ بالمقدمات بإعتبارها مسلمات ومع إستخدام قواعد الإستدلال الصحيحة (دون إجراء تجربة) نصل إلى نتيجة . هذه النتيجة تعد صحيحة طالما كانت المسلمات صحيحة . ويمكن إعتبار بداية الإستنباط كمنهج للمعرفة مع أرسطو (٣٨٤-٣٢٢ ق.م)

وفيما يلي **أمثلة** لبعض المعارف التي يتم التوصل إليها بإستخدام منهج الإستنباط .

ــ مساحة المربع = (طول الضلع)٢

هذه النتيجة تم التوصل إليها من من المسلمات (مقدمات) المتضمنه فى تعريف المربع [هو شكل رباعى أضلاعه متساوية وزواياه قوائم]

ــ مساحة الدائرة = (٢٢/ ٧) × مربع نصف القطر

الإستقراء (Induction)

في هذا المنهج نبدأ من حالات جزئية ، وننتقل منها بإستخدام قواعد الإستدلال الصحيحة ، إلى نتيجة تتعلق بمجموعة أكبر منها .

والإستقراء الإحصائي (Statistical Inference, Inductive Statistics) هو وصف للكل من خلال الجزء وبلغة الإحصاء هو وصف للمجتمع من خلال عينة . وقد تطور هذا المنهج بصورة فعالة منذ فرنسيس بيكون (١٥٦١-١٦٢٦ م) أى بعد ألفى عام من سيادة منهج الإستنباط الأرسطى .وقد تطور هذا المنهج بتطور علم الإحصاء وعلم الإحتمالات .وقد ساهم منهج الإستقراء فى تطور المعرفة العلمية

---

[١] راجع القسم ١-٢

بالمعدلات الفلكية التى نشهدها ، وهو يعد الطريق المنطقي الوحيد المتاح للوصول للنظريات والقوانين والمعارف وحل المشاكل في العلوم عير الرياضية ، وهى علوم الحياة ، الطب ، الزراعة ، العلوم الإجتماعية ، السياسية ، الإقتصادية ،...

المنهج الفرضى الإستنباطى Hypothetico deductive method

تطور هذا المنهج من إستثمار كلا المنهجين ،فالإستقراء يمدنا بفروض مستمدة من الواقع ، وبالإستنباط يمكن إستبعاد أية فروض تكون غير صادقة ، كما يؤدى إلى الكشف عن نتائج جديدة ، ومع العودة ثانية لمنهج الإستقراء يمكن إختبار صحة هذه النتائج الجديدة بإعتبارها فروض جديدة وتأكيدها أو رفضها ؛ ويعد ذلك أساس **المنهج العلمى** ،بإعتباره يبدأ بالحقائق وينتهى بالحقائق .

٣-٢١ دواعى الإستقراء

يمكن عرضها فى ثلاث دواعى رئيسية :

أولا : الكثير من المعارف يصعب أو يستحيل التوصل إليها عن طريق الإستنباط ،لعدم إحكام السيطرة على المقدمات ، ويلزم الإستعانة بمنهج الإستقراء الإحصائي ، وفيما يلي بعض الأمثلة :

– نسبة الأمية فى المجتمع ، نسبة الفقراء ، نسبة المدخنين ، نسبة الموافقون على شئ معين .

– معدل البطالة ، معدل الجريمة ، معدل سقطو المطر ، معدل إنتشار المرض .

– متوسط الأجر ، متوسط دخل الأسرة ، إنتاجية الفدان ، نسبة الذكاء .

- التفاوت (التشتت) بين الدخول ، بين الذكاء ، بين القدرات الأخرى .
- الإرتباط بين الإنحراف ومستوى المعيشة ، الإرتباط بين الدخل والتعليم ، الإرتباط بين الأجر والإنتاج ، الإرتباط بين التدريب والإنتاجية .
- تقدير حجم السكان ، تقدير حجم الإستهلاك ، تقدير الإحتياجات .

ثانيا : يستخدم الإستقراء كذلك <u>**للتحقق من صحة النتائج التي يتم التوصل إليها عن طريق منهج الإستنباط**</u> ، فعلى الرغم من أن النتائج التي يتم التوصل إليها عن طريق هذا المنهج تعد صحيحة ، فإن ذلك مرهون بصحة المسلمات التي يتم الإعتماد عليها . ويثار دائماً الشك في صحة هذه المسلمات وأيضاً في كفايتها ، ونورد بعض الأمثلة :

١ - نسبة الذكور عند الولادة تساوي نسبة الإناث .

٢ - حجم السكان ، يمكن التوصل إليه عن طريق الإستنباط ، بإستخدام المعادلة التالية :

حجم السكان = الحجم في تعداد سابق + المواليد - الوفيات + الهجرة الداخلية - الهجرة الخارجية .

غير أن الحكم الذي يتم التوصل إليه يكون صحيحاً فقط في حالة تسليمنا بأن البنود (المقدمات) كلها صحيحة ، ولا يوجد ضمان لذلك . فقد يكون حجم التعداد السابق مشكوكاً فيه ، كما أن التسجيلات الخاصة بالإحصاءات الحيوية قد لا تكون كاملة .

ثالثا : إن إستخدام العينات فى جمع البيانات أصبح شيئا حتميا يفرضه المنطق والإعتبارات الإقتصادية والعملية ، وهذا يستلزم الإستقراء الإحصائى .

١ ***التكاليف والإمكانات***

إن فحص وحدات المجتمع كلها يكلف الكثير من الجهد والمال،كما أنه يتطلب الإستعانة بعدد كبير من المساعدين .

٢ *السرعة فى إظهار النتائج*

إن السرعة مطلوبة بصفة عامة فى إنجاز الأعمال ، مما يفرض ضرورة إستخدام العينات ، وفيما يلى بعض الأمثلة :

ـ إستطلاع الرأى العام بخصوص تقييم برامج التلفزيون والإذاعـــة والصحافـــة ، أوبخصوص قضيـــة من القضايا .

ـ الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .

٣ *صعوبة أو إستحالة فحص المجتمع بالكامل*

ـ بسبب كبر حجمه :

كما فى حالة تقدير الثروة السمكية أو الحشرات فى مجتمع معين .

الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وجودة البضائع المستوردة .

ـ عدم إمكان تحديد المجتمع :

ـ كما فى علم الوراثة مثلاً ، عند دراسة إنتقال الصفات من الآباء للأبناء

ـ وعند تصميم التجارب يتم تجربة الأد وية على عينة فقط من الحيوانات أو البشر .

ـ حـــالات كثـــيرة يكون المجتمع فيهـــا متغيراً كمـــا فـــى دراســـة حالـــة المرضـــى ، المنحرفـــين ، والمسجونين ، أو العملاء بسوق معين .

ـ الفحص قد يكون متلفاً لوحدات المعاينة :

كما فى حالة فحص وتحليل الأطعمة والأدوية والمفرقعات والقنابل .

ـ الفحص قد يكون مؤذياً لوحدات المعاينة :

ـ مثال ذلك فحص دم المريض والتجارب الأولية للأدوية على الإنسان أوالحيوان .

ـ والأذى قد يمــس المشاعر كمــا فى حالــة البحوث التــى تجرى علــى المنحرفين والشواذ والمرضى وحالات الطلاق .

ـ البيانات والتسجيلات التاريخية قد لا تكون كاملة :

٤ *كل مجتمع يمكن النظر إليه على أنـه عينه من مجتمع أكبر منه* وكذا إعتبا ره عينة من حيث الزمان .

٣١-٣ دقة النتائج

يقدم لنا الإستقراء الإحصائي تعميمات بصورة عامة وهى بمثابة قوانين أو نظريات أو فروض تبعاً لتوفر الشروط والمتطلبات اللازمة . ويقدم لنا الإستقراء الإحصائي كذلك درجة الدقة في هذه النتائج ، كما ينير لنا الطريق لكي نتحكم في هذه الدقة . إن السبيل إلى ذلك يتوقف على الكثير من العوامل أهمها تصميم البحث وطريقة المعاينة ، كما يعتمد بدرجة كبيرة على حجم العينة .

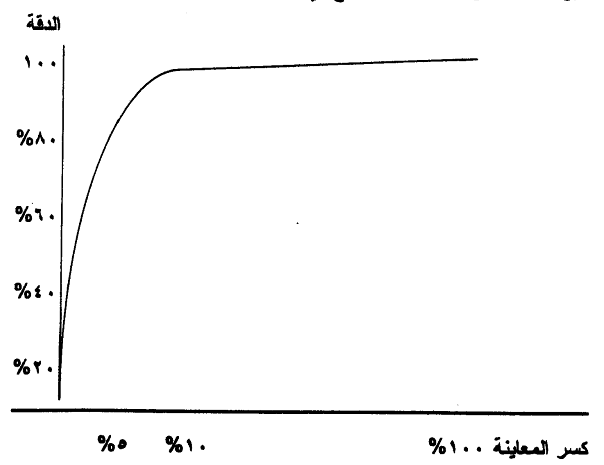
قياس الدقة

ويختلف قياس دقة الإستقراء في التقدير عنه في إختبارات الفروض ، ففي مشاكل التقدير ، يكون الهدف هو تقليل فترة الثقة وأن يكون ذلك بدرجة ثقة أو بإحتمال كبير ، أما في إختبارات الفروض فإن الهدف يكون نحو تقليل الأخطاء المتعلقة بإصدار القرار .

حجم العينة

بخصوص حجم العينة يوجد طريقتان ، الأولى طريقة المعاينة التتابعية (Sequential Sampling) (والد ١٩٤٣ (Wald)) لا يتم تحديد حجم العينة في البداية ، بل يتم سحب الوحدات تدريجياً ويتم تطبيق إختبار إحصائي في كل مرة ، وتحدد نتيجة الإختبار قراراً إما بالتوقف وإعلان نتيجة البحث أو سحب وحدات أخرى إضافية .

والطريقة الثانية ، الكلاسيكية ، وهى الأكثر شيوعاً تقضي بتحديد حجم العينة منذ البداية وقبل سحبها . ومهما تكن الطريقة فإن تحديد حجم العينة يعد قراراً منطقياً يستند إلى إعتبارات إقتصادية بدرجة كبيرة ، ويمكن توضيح ذلك في الشكل التالي وهو يعرض العلاقة بين الدقة وكسر المعاينة . وهو يوضح إمكان تحقيق مستوى دقة كبيرة بسحب جزء قليل من المجتمع أي كسر معاينة قليل .



تحديد حجم العينة

إن تحديد حجم العينة يعد خطوة هامة وأساسية ، وفي هذا الصدد نوضح ما يلي :

١ - يجب أن تكون المعاينة عشوائية ، حتى يمكن تدبير نموذج رياضي يمكن من توفير صيغة أو قاعدة معينة لتحديد حجم العينة .

٢ - لا توجد قاعدة أو صيغة واحدة يمكن بها تحديد حجم العينة بصفة عامة .

٣ - إن تحديد نسبة معينة من حجم المجتمع ، ١٠ % مثلاً لا يعد كافيا بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث .

٤ - إن تحديد رقم معين لحجم العينة كان يقال ٥٠ وحدة مثلاً ، لا يعد كافياً بصفة عامة لتحقيق أهداف البحث .

٥ - كلما زاد حجم العينة زادت دقة النتائج ، غير أن معدل الزيادة ليس ثابتاً .

٦ - إن تحديد حجم العينة يتطلب إمكان إعداد نموذج رياضي يجمع المتغيرات والأهداف والمتطلبات والعوامل المؤثرة ، وأن تكون الصياغة الرياضية للنموذج ملائمة للتحليل الرياضي .

٧ - يوجد عدد كبير من العوامل - يؤثر على تحديد حجم العينة ، نعرضها فيما يلي :

العوامل المؤثرة على حجم العينة :

أ - الهدف من البحث :

١ - الهدف من البحث ، هل هو تقدير أو إختبار لغرض حول معالم أو خواص المجتمع .

٢ - عدد المعالم أو الخواص محل الإستقراء .

٣ - عدد أقسام المجتمع (Subdivisions) المطلوب وصفها ، حيث يتطلب ذلك

زيادة حجم العينة لتغطية كل قسم بقدر كاف من الوحدات .

٤ - عدد المتغيرات ، فقد يكون موضوع البحث متغير واحد ، متغيران ، عدة متغيرات .

٥ - مستوى الدقة المطلوب في النتائج .

ب - خواص المجتمع محل البحث :

١ - حجم المجتمع ، وحجم كل طبقة من طبقاته أو أقسامه .

٢ - شكل التوزيع في المجتمع ، من حيث التماثل ، عدد القمم ، التبعية لتوزيع إحتمالي معين كالتوزيع الطبيعي مثلاً .

٣ - التجانس بين الوحدات .

جـ - تصميم البحث :

إن تصميم المعاينة أو تصميم التجربة ، يؤثر بدرجة كبيرة على حجم العينة ، ممثلاً سحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع ، يتطلب غالباً حجم عينة أكثر منه في حالة سحب عينة طبقية ، لتحقيق نفس الدقة .

د - القيود المفروضة على التنفيذ :

١ - التكلفة ، سواء لتنفيذ عملية المعاينة أو لتلف الوحدات محل الفحص .

٢ - الوقت المسموح به لجمع البيانات .

٣ - الإمكانات المتاحة ، كعدد الباحثين المساعدين في جمع البيانات ، والوسائل الآلية المستخدمة .

٤ - الإعتبارات الأخلاقية ، تتطلب تخفيض حجم العينة لتقليل الأضرار التي تتعرض لها الوحدات محل البحث ، كما في التجارب التي تجرى على الإنسان ، وعلى الحيوان ، حيث تقضي المواثيق الدولية بتخفيض حجم العينة إلى أقل حد ممكن

يسمح بالتوصل إلى نتائج دقيقة .

٢١-٤ مناهج الإستقراء الإحصائى

يوجد عدة مناهج للإستقراء الإحصائى ، وليس هناك إتفاق تام بين الإحصائيين والفلاسفة على منهج محدد . على أن الإختلافات بين هذه المناهج لا ترجع إلى إختلافات في تفسير القضايا الإحتمالية ، ولكن بسبب إختلاف الفكر في المدارس المختلفة ، وعلى طبيعة المشكلة . توجد مناهج متعددة مطروحة [١] ، غير أن يمكن القول بوجود منهجان قائدان يشيع إستخدامهما ، المنهج الكلاسيكي ، والمنهج البيزياني . ويعد المنهج الأول هو الأكثر إستخداما ، وهو المعروض فى هذا الباب .

المنهج الكلاسيكي (Classical approach)

تم تقديمه وتطويره بواسطة علماء الإحصاء (نيمان (Neyman, J.) بيرسون (Pearson, J.) ، فيشر (Fisher, R.)) منذ عام ١٩٣٠ .

ويعتمد هذا المنهج على المعلومات المتاحة من العينة فقط ، ويسمى بالمنهج التكراري نظراً لأن الإحتمال يطبق ويفسر تبعاً لمفهوم التكرار النسبي .

المنهج البيزياني (Bayesian approach)

وهذا المنهج تم تقديمه وتطويره بجهود كل من جفريز (Jeffreys)ورمزي (Ramsey) وديفنتي (Definetti) وجود (Good)وسافج (Savage) ولندلي (Lindley). وآخرون . وهذا المنهج أسس معتمداً على نظرية بييز (Bayes) والتي قدمها عام ١٧٦٣ غير أن المنهج ظهر بعدها متأخراً بحوالي

[١] راجع الإحصاء والإستقراء ،ج٢ ، منطق الإستقراء ، للمولف ص ٢٠ وما بعدها

٢٠٠ عام .ويتميز هذا المنهج بكونه يعتمد على دليلين ، دليل تصوري أو إعتقادي ودليل أمبريقي .

أ - **الدليل التصوري** (Conceptual evidence)

وذلك يكون في صورة توزيع قبلي (Prior distribution) لمعلم أو معالم المجتمع (Parameters) . ويتم تكوين هذا التوزيع إستناداً إلى الإحتمالات الذاتية (Subiective Probabilities) والتي تقيس درجة الإعتقاد في قيمه أو قيم المعالم المجهولة . أي أنه في هذا المنهج ينظر إلى معلم المجتمع على أنه متغير عشوائي وله توزيع قبلي معلوم (أي معلوم قبل سحب العينة) .

ب - **الدليل الإمبريقي** (Empirical evidence)

ويكون ذلك ممثلاً في معلومات العينة . وذلك يعد دليلاً موضوعياً (Objective) .
ومن هذين الدليلين ، الذاتي والموضوعي ، يتم تكوين ما يسمى التوزيع البعدي (Posterior distribution) لمعلم المجتمع . وهذا التوزيع يعد الأساس في الإستقراء .

٣١-٥ أسس الإستقراء

يقوم الإستقراء الإحصائي على أسس ثلاث : نظرية الإحتمال والمعاينة العشوائية وتوزيع المعاينة .

الإحتمال (Probability)

إن الإستقراء الإحصائي كما سبق أن ذكرنا هو وصف للمجتمع من خلال عينة وطالما أن الأمر كذلك فإن النتائج لا تكون مؤكدة ويتم الإعتماد على علم الإحتمالات

وهو ذاك الفرع من الرياضيات المختص بالقياس في حالات عدم التأكد .

المعاينة العشوائية[1] (Random Sampling)

يتطلب الإستقراء الإحصائي أن تكون المعاينة عشوائية وتعرف المعاينة العشوائية وتسمى أحياناً المعاينة الإحتمالية أو المعاينة الإحصائية بأنها طريقة للمعاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو إحتمال للظهور في العينة ، وهذا الإحتمال يمكن حسابه ولا يساوي صفراً .

إن هذا التحديد الدقيق أمر ضروري ، ذلك أن الإستقراء الإحصائى يبنى على حساب علمي ،

ويوجد طرق متعددة للمعاينة العشوائية ويجب ملاحظة أن كل طريقة من طرق المعاينة لها صيغ رياضية خاصة في تحديد حجم العينة وفي عرض النتائج .

وتعد المعاينة العشوائية أساساً لعملية الإستقراء الإحصائي فهى تحقق الموضوعية في الإختيار والبعد عن الذاتية والتحيز وهى تقدم عينة توصف بأنها ممثلة للمجتمع وتصلح لتعميم النتائج على المجتمع كما تمكن من قياس دقة النتائج التي يتم التوصل إليها ، وأكثر من ذلك فهى تمكن من التحكم في هذه الدقة وزيادتها إلى الدرجة المرغوبة . أما في حالة إستخدام طرق معاينة غير عشوائية فلا نضمن تحقيق أي شئ من ذلك .

توزيع المعاينة (Sampling distribution)

توزيع المعاينة لإحصاء معين هو توزيع إحتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء الناتجة

---

[1] راجع الفصل الرابع

من كل العينات الممكن سحبها من ذات الحجم وبنفس طريقة المعاينة .

و يعد توزيع المعاينة الأساس النهائي في عملية الإستقراء ، فمن هذا التوزيع يمكن الوصول للنتائج وقياس دقتها والتحكم فيها وبدون تحديد هذا التوزيع لا يمكن تنفيذ عملية الإستقراء الإحصائى ، ونعرض مزيد من الإيضاح فى القسم التالى .

٦-٢١ توزيع المعاينة

Sampling Distribution

٢١-٦-١ الأهمية

الاستقراء الإحصائي عملية يتم بموجبها وصف المجتمع باستخدام عينة منه و لتحقيق هذا الغرض يشترط ــ كما سبق أن أوضحنا ــ أن تكون المعاينة عشوائية . غير إن عملية الحكم على المجتمع باستخدام جزء منه يثير تساؤلات هامه ، خاصة و أن العينات البديلة التي يمكن سحبها يصل عددها إلى أرقام هائلة .

أن تقييم نتائج العينة و الحكم على دقتها يتم في ضوء مقارنتها بالمجموعة التي تنتمي إليها ، و هي نتائج العينات الأخرى البديلة الممكن سحبها ، و هذا ما يسمى توزيع المعاينة . و يعرف توزيع المعاينة لإحصاء[1] ما بأنه توزيع احتمالي نظري لقيم ذلك الإحصاء و التي نحصل عليها إذا ما تصورنا سحب كل العينات الممكنة ، من ذات الحجم و بنفس طريقة المعاينة .

و يعد توزيع المعاينة الأساس لعمليات الاستقراء كلها ، فهو الذي يمكن من تحقيق ما يلي :

---

[1] أى مؤشر محسوب من العينة يسمى إحصاء

(١) تقدير خواص المجتمع (التعميم).

(٢) اختبار الفروض حول هذه الخواص .

(٣) حساب دقة النتائج التي يتم التوصل إليها .

(٤) التحكم في هذه الدقة لتحقيق ما نسعى إليه .

٢١-٦-٢ طرق الحصول على توزيع المعاينة :

توجد عدة طرق تمكن من تحديد توزيع المعاينة و هي :

(١) الحصر النظري الشامل .

(٢) النظريات الإحصائية .

(٣) التجربة .

الحصر النظري الشامل

إن طريقة الحصر الشامل للحصول على توزيع المعاينة . ليست بالأمر اليسير و هي غير عملية بل و مستحيلة في كثير من الحالات[1]

النظريات الإحصائية :

[1] راجع الإحصاء والإستقراء ، الجزء الأول ، أسس الإستقراء ، للمؤلف ، ص ١٢٥ وما بعدها

نعرض هنا لحالة معينة كمثال ،وهى حالة معاينة عشوائية بسيطة ، حجم العينة ن مسحوبة من مجتمع حجمه ن ومتوسطه الحسابي س- و تباينه σ^{2} . وفيما يلى النظريات الخاصة بتوزيع المعاينة :

$$(١)\quad \bar{\bar{س}} = \bar{س} \qquad (٢١-١)$$

أي ان متوسط المتوسطات يساوي المتوسط العام

$$(١)\quad \sigma^{2}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{2}_{س}}{ن} \qquad (٢١-٢)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

$$\sigma^{2}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{2}_{س}}{ن} \cdot \frac{(ن - ن)}{(ن - ١)} \qquad (٢١-٣)$$

في حالة السحب بدون الإرجاع

و يسمى المقدار التالى :

$$\frac{(ن - ن)}{(ن - ١)} \qquad (٢١-٤)$$

تصحيح المجتمع المحدود (ت . م . م)

هذا المقدار يمكن إهماله اذا كان كسر المعاينة ن / ن صغيرا (< ٠,١) و يعني ذلك أيضا انه يمكن إهماله اذا كان المجتمع كبيرا بدرجة غير محدودة و يسمى الأنحراف المعياري للمتوسط $\sigma_{\bar{س}}$ **الخطاء المعياري** Standard error

(٣) توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يتبع التوزيع الطبيعي اذا ماكان المجتمع الأصلي كذلك .

(٤) نظرية النهاية المركزية Central limit theorem :

مهما كان شكل توزيع المجتمع الأصلي فإن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يوؤل الى التوزيع الطبيعي تدريجيا مع زيادة حجم العينة . ويكفى لذلك أن يصل حجم العينة إلى ٣٠ .

و تعتبر نظرية النهاية المركزية من أهم النظريات الإحصائية .

تطبيق ٢١-١

مجتمع كبير متوسطه ٧٥ و انحرافه المعياري ١٣ ، سحبت عينة عشوائية بسيطة حجمها ٥١ والمطلوب

(١) احتمال ان يكون متوسط العينة أصغر من ٧٨

(٢) احتمال ان لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بأكثر من ٤ %

الحل :

توزيع المعاينة طبيعي متوسطه **س−** = ٧٥ و انحرافه المعياري

σ٢ س- = σ / √ ن = ١٣ / √٥١ = ١,٨٢

١- ح (س− < ٧٨) = ح [سَ < (٧٨ـ ٧٥) / ١,٨٢]

= ح (سَ < ١,٦٥) = ٠,٩٥

٢ ـ ٧٥ × ٤% = ٣

= ح (٧٨ > س− > ٧٢)

= ح [(٧٨-٧٥) /١,٨٢ > سَ > (٧٢ ـ٧٥) / ١,٨٢]

= ح (١,٦٥ > سَ > ـ ١,٦٥)

= ح (سَ < ١,٦٥) – ح (سَ < – ١,٦٥)

= ٠,٩٥ – [١ – ح (سَ < ١,٦٥)]

= ٠,٩٥ – ١ + ٠,٩٥ = ٠,٩

تطبيق ٢١-٢

بفرض ان البيانات كما في التطبيق السابق . أوجد الحدود المركزية التي يقع بينها ٩٠ % من قيم المتوسط الحسابي للعينة .

الحل :

عند حـ = ٠,٩٥ نجد ان سَ = ١,٦٥

(س¯ − س¯)

سَ = ـــــــــــــــــــ

(σ / √ن)

١,٦٥ = س¯ − ٧٥ / ١,٨٢

أى أن س¯ = ٧٨

وهذا هو الحد الأعلى . و بالمثل نحصل على الحد الأدنى :

−١,٦٥ = س¯ − ٧٥ / ١,٨٢

س¯ = ٧٢

التجريب :

هناك حالات معاينة يصعب فيها أو يستحيل إيجاد توزيع المعاينة سواء بالحصر الشامل أو باستخدام النظريات الإحصائية ، و ذلك للعديد من الأسباب منها ما سبق ذكره . و في مثل هذه الحالات يتم الحصول على توزيع المعاينة عن طريق التجربة ، و ذلك بسحب عد من العينات من المجتمع حسب تصميم المعاينة المقرر ، و يتم إعداد توزيع تكراري نسبي بنتائج الإحصاء محل الدراسة ، و يمثل ذلك توزيع المعاينة المطلوب

الفصل الثانى والعشرون

منطق التقدير

Logic of Estimation

يتم تقدير معلم المجتمع بإستخدام ما يسمى المقدر (Estimator) وهو إحصاء بمعنى أن قيمته تحسب من بيانات العينة ، وعند تطبيقه في حالة معينة يمدنا بما يسمى تقدير (Estimate) لمعلم المجتمع . ويوجد نوعان من أساليب التقدير ، أحدهما تقدير قيمة ، والآخر تقدير فترة . ونعرض في هذا الفصل لكلا هذين الأسلوبين مع عرض بعض التطبيقات العملية ، ثم عرض نموذجَ لتحديد حجم العينة فى هذا الصدد .

٢٢-١ تقدير قيمة Point Estimation

٢٢-١-١ التعريف والأهمية

التقدير بقيمة هو تقدير لمعلم أو معالم المجتمع بقيمة وحيدة . وتأتي أهميته في أنه يعد أفضل تقدير لمعلم المجتمع ، كما أنه يعد الأساس فى عمليات الإستقراء الأخرى (التقدير بفترة Interval estimation ، وإختبارات الفروض) .

إن تقدير قيمة لمعلم المجتمع يتم تكوينه بطرق منطقية متعددة ،ويعتبر مقدر الفرصة الكبرى Maximum Likelihood estimator والذي قدمه عالم الإحصاء فيشر عام ١٩٢١ (Fisher) أكثر الطرق إستخداماً لتكوين المقدرات ، حيث يتمتع بالكثير من الصفات المرغوب فيها . وتقوم هذه الطريقة على إختيار ذلك المقدر الذي يعظم (Maximize) إحتمال الحصول على نفس النتائج .

٢٢-١-٢ صفات المقدر الجيد

يوجد عدد من الصفات يكون من المرغوب توفرها في المقدر بقيمه ونعرض فيما يلي أهما :

١ - عدم التحيز (Unbiasedness)

يقال للمقدر أنه غير متحيز لمعلم المجتمع إذا كان متوسط تقديراته المحسوبة من كل العينات الممكن سحبها يساوي قيمة معلم المجتمع .

٢ - الإتساق (Consistency)

يقال للمقدر أنه متسق إذا كانت قيمته تؤول إلى القيمة الحقيقية لمعلم المجتمع بزيادة حجم العينة .

٣ - الكفاءة (Efficiency)

يقال لمقدر أنه أكفأ من آخر إذا كان تباينه أقل منه .

٤ - الكفاية (Sufficiency)

يقال للمقدر أنه كاف إذا إستخدم كل المعلومات المتاحة بالعينة والمتعلقة بمعلم المجتمع .

٥ - الإعتبارات العملية (Practicability)

يفضل أن يكون المقدر ملائماً للإعتبارات العملية كأن يكون من السهل حسابه وأن يكون له توزيع معاينة[1] يسهل التعامل معه .

من **الناحية الأخرى** فإنه ليس من المتوقع أن يمدنا التقدير بقيمة برقم يساوى معلم المجتمع ،كما أنه لا يمدنا بوسيلة لتقييم الثبات أو الثقة أو الدقة في التقدير كما أنه لا يمكن من التحكم في هذه الدقة إلى المدى الملائم الذي نرغبه .

٢٢-١-٣ نماذج للمقدرات

فيما يلي بعض النماذج للمقدرات بقيمه والتي تعتبر أفضل تقدير لمعلم المجتمع من حيث توفر الصفات المرغوب فيها ، وهى تبين أن صيغة المقدر ليست مماثلة لصيغة معلم المجتمع في كل الحالات :

أ - المتوسط الحسابي

معلمة المجتمع $\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن}$

المقدر: $\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن}$ فى المعاينة العشوائية البسيطة (٢٢-١)

أما فى المعاينة الطبقية[2] يستخدم المقدر

---

[1] راجع القسم ٢١-٦

[2] القسم ٤-٤

$$\bar{س} = \frac{مجـ \bar{س}_{هـ} \, ن_{هـ}}{مجـ ن_{هـ}} \qquad (٢٢-٢)$$

حيث $\bar{س}_{هـ}$ متوسط العينة للطبقة هـ ، $ن_{هـ}$ حجم الطبقة هـ

ب - التباين

معلم المجتمع: $\sigma^{٢} = \frac{١}{ن} \left[مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن} \right]$

وفى حالة المعاينة العشوائية البسيطة يستخدم المقدر :

$$ع^{٢} = \frac{١}{ن-١} \left[مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن} \right] \qquad (٢٢-٣)$$

ج - النسبة : لخاصية معينة

$$معلم المجتمع : ق = \frac{أ}{ن}$$

حيث (أ) عدد الحالات التى تحمل الخاصية

والمقدر فى حالة المعاينة العشوائية البسيطة

أ

$$ق = \frac{}{ن} \qquad (٢٢-٤)$$

وفى حالة المعاينة الطبقية يستخدم المقدر :

$$ق = \frac{مجـ ق_{هـ} ن_{هـ}}{مجـ ن_{هـ}} \qquad (٢٢-٥)$$

حيث $ق_{هـ}$ النسبة في العينة للطبقة هـ

تطبيق (٢٢ – ١)

في دراسة عن العمالة في إحدى الصناعات تم سحب عينة عشوائية وسجلت أجورهم وهي الموضحة أدناه ، والمطلوب تقدير بقيمة لتباين المجتمع ٣٣ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٣٤ ، ٢٩ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦ .

الحل :

$$ع^٢ = \frac{١}{ن - ١} \left[مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن} \right]$$

$$= \frac{١}{٨} \left[٨٧٥٧ - \frac{(٢٧٩)^٢}{٩} \right] = ١٣{,}٥$$

تطبيق (٢٢ – ٢)

في عملية الجرد السنوي للخامات في إحدى شركات النسيج قام أحد المحاسبين بسحب عينة طبقية من المجتمع الموضح أدناه وكان متوسط وزن الصندوق في

الطبقات كما يلي على الترتيب ٨٨ ، ٩٠ ، ٨٦ ، ٨٤ . والمطلوب تقدير متوسط المجتمع ؟

الطبقة	حجم الطبقة
مخزن الوارد	٣٠٠٠
المخزن الرئيسى	٩٠٠٠
المخزن الفرعى	٢٠٠٠
مخزن قسم الإنتاج	١٠٠٠
	١٥٠٠٠

الحل :

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ } \bar{\text{س}}_{\text{هـ}} \text{ ن}_{\text{هـ}}}{\text{مجـ ن}_{\text{هـ}}}$$

= (٨٨ × ٣٠٠٠ + ٩٠ × ٩٠٠٠ + ٨٦ × ٢٠٠٠ + ٨٤ × ١٠٠٠)

÷١٥٠٠٠ = ٨٨,٦٦٧

٢٢-٣ تقدير فترة Interval Estimation

٢٢-٢-١ التعريف والأهمية

التقدير بفترة يعطينا مزايا لا يوفرها التقدير بقيمة ، فهو يمدنا بوسيلة للحكم على درجة الدقة في التقديرات التي نصل إليها كما أنه يمكن من التحكم في هذه

الدقة إلى المدى المرغوب .

والتقدير بفترة يعطي تقديراً لمعلمه المجتمع (م) على الصورة :

ح (ص٢ > م > ص١) = ث   (٢٢ - ٦)

حيث ص١ الحد الأدنى للثقة

ص٢ الحد الأعلى للثقة

ث درجة الثقة (أو مستوى الثقة أو معامل الثقة أو احتمال الثقة) وتسمى الفترة (ص٢ ، ص١) فترة الثقة .

٢٢-٢-٢ تقدير متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي تقديراً بفترة لمتوسط المجتمع بافتراض أن تباين المجتمع معلوم .

تحديد فترة الثقة

تقرر النظريات الإحصائية[١] أن المتوسط الحسابي للعينة س¯ يتبع التوزيع الطبيعي (س¯ ، σ س¯) بشروط معقولة يتيسر توفرها في كثير من الحالات . فإذا كان الأمر كذلك فإن المتغير :

س¯ − س̄

[١] القسم ٢١-٦-٢

$$س' = \frac{}{\sigma_{\bar{س}}}$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري ، وعلى ذلك يكون[1] (مثلاً) :

$$ح (١,٦٥ > س' > - ١,٦٥) = ٠,٩٠$$

ومن ذلك

$$ح (١,٦٥ > \frac{\bar{س} - \bar{\bar{س}}}{\sigma_{\bar{س}}} > - ١,٦٥) = ٠,٩٠$$

أي أن : $ح (١,٦٥ \sigma_{س} > س - س > - \sigma_{س} ١,٦٥) = ٠,٩٠$

أي أن : $ح (\bar{س} + ١,٦٥ \sigma_{س} > \bar{س} > \bar{س} - \sigma_{س} ١,٦٥) = ٠,٩٠$

وبصفة عامة يمكن عرض الصيغة كما يلي :

$$ح (س + ل \sigma_{س} > \bar{س} > س - ل \sigma_{س}) = ث \quad (٢٢ - ٧)$$

---

[1] من الجدول ٢ بالملحق

حيث ل معامل الثبات (Reliability Factor) ويمكن كتابة حدى الثقة على الصورة :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{س} \pm ل\, \sigma_{\bar{س}} \qquad (٨ - ٢٢)$$

$$= \bar{س} \pm خـ \qquad (٩ - ٢٢)$$

$$\text{حيث:}\; خـ = ل\, \sigma_{\bar{س}} \qquad (١٠ - ٢٢)$$

يمثل خطأ التقدير (الفرق بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة) .

علما بأن[١]

$$\sigma^{٢}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{٢}_{س}}{ن} \cdot \frac{(ن - ن)}{(ن - ١)} \qquad (١١-٢٢)$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع

$$\sigma^{٢}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{٢}_{س}}{ن} \qquad (١٢-٢٢)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{ن - ن}{\quad}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود فى حالة

---

[١] راجع النظريات الإحصائية بالقسم ٢١-٦-٢

ن - ١

ما إذا كان كسر المعاينة $\frac{ن}{ن}$ < ٠،١ .

أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

تطبيق (٢٢ – ٣)

في دراسة عن أحوال العمالة المؤقتة ، قام أحد الباحثين الاجتماعيين بسحب عينة عشوائية بسيطة من ٥١ عاملاً من عمال البناء وقد أظهرت أن متوسط الأجر الشهري ٧٥ جنيهاً . فإذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٣ ، قدر متوسط الأجر في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠ %

الحل :

$\sigma_{س}$ = ١٣ ن = ٥١ س- = ٧٥ ث = ٠,٩٠

حدى الثقة = س- ± ل $\sigma_{س-}$

وحيث أن المجتمع كبير (عمال البناء) نستخدم الصيغة (٢٢-١٢)

وحيث أن حجم العينة أكبر من ٣٠ ، يكون توزيع المعاينة* للمتوسط الحسابي هو التوزيع الطبيعي ، وبذلك يكون :

حدى الثقة = ٧٥ ± ١،٦٥ $\left(\frac{١٣}{\sqrt{١٥}}\right)$

= ٧٥ ± ٣ = (٧٨، ٧٢)

تطبيق (٢٢ - ٤)

مجتمع انحرافه المعياري ١٥ سحبت منه عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع حجمها ١٠٠ فوجد أن متوسطها الحسابي ٥٥ والمطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل :

حدى الثقة = س‾ ± ل σ س‾

ونظراً لأن حجم العينة أكبر من ٣٠ نستخدم التوزيع الطبيعي ، وحيث أن السحب مع الإرجاع يكون :

حدى الثقة = ٥٥ ±١,٩٦ (١٥/ √ ١٠٠)

= ٥٥ ± ٢,٩٤

= (٥٧,٩ ، ٥٢,١)

تطبيق (٢٢-٥)

بفرض أن السحب في التطبيق السابق كان دون إرجاع الوحدات المسحوبة ، حجم المجتمع ٣٠٠ . المطلوب تقدير متوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٩ %

الحل :

حدى الثقة = س‾ ± ل σ س‾

= ٥٥ ± ٢,٥٨ (١٥/ √ ١٠٠) √ (٣٠٠-١٠٠/ ٣٠٠-١)

بإستخدام الصيغة(٢٢-١١)

= ٥٥ ± ٣,١

= (٥٨,١ ، ٥١,٩)

٢٢-٢-٣ تحديد حجم العينة

نعرض فيما يلى نموذج لكيفية تحديد حجم العينة . وسنفترض حالة سحب عينة عشوائية بسيطة وأن المطلوب هو تقدير متوسط المجتمع علماً بأن تباين المجتمع ($\sigma^{٢}$) معلوماً - والمطلوب هو تحديد حجم العينة بحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن قيمة معينة (خـ) وأن يكون ذلك بدرجة ثقة معينة (ث) .

بالرجوع إلى الصيغ الواردة بالقسم ٢٢ - ٢ - ٢

حدى الثقة = $\bar{س}$ ± خـ

= $\bar{س}$ ± ل $\sigma_{\bar{س}}$

(أ) بإفتراض أن المجتمع كبير فإن :

خـ = ل $\sigma_{\bar{س}}$

خـ = ل $\sigma_{س}$ / $\sqrt{ن}$

ومنها نحصل على حجم العينة

$$ن. = \left(\frac{ل\sigma}{خ}\right)^{٢} \qquad (١٣-٢٢)$$

حيث ل معامل الثبات يتم تحديده من جدول التوزيع الطبيعى إستناداً إلى قيمة ث .

وأحياناً يكون من المفضل عرض الخطأ كنسبة من المتوسط خَـ = خـ/ $\bar{س}$

ويمكن تحديد حجم العينة فى هذه الحالة بالقسمة على $\bar{س}$ فى الصيغة أعلاه ،

لتصبح :

$$ن_{.} = \left(\frac{ل\ \sigma / \bar{س}}{خ / \bar{س}}\right)^{2} = \left(\frac{ل\ \sigma'}{خ}\right)^{2} \qquad (٢٢-١٤)$$

حيث $\sigma' = \sigma / \bar{س}$ (معامل الإختلاف)[1] (٢٢-١٥)

(ب) حالة المجتمع المحدود

$$خ = \frac{ل\ \sigma}{\sqrt{ن}} \cdot \frac{\sqrt{(N - ن)}}{\sqrt{(N - ١)}}$$

ومن ذلك نحصل على

$$ن = \frac{ن_{.}}{١ + \frac{ن_{.} - ١}{N}} \qquad (٢٢-١٦)$$

حيث ن. تعرف كما ورد فى الفقرة السابقة .

ومن الناحية العلمية نقوم أولاً بحساب ن. ونكتفى بها إذا كانت صغيرة بالنسبة

---

[1] راجع القسم ١٠-٥

لحجم المجتمع تقريبا (ن. / ن) < ٠,١ وخلاف ذلك نكمل الحل بحساب صيغة المجتمع المحدود (٢-١٦) .

تطبيق (٢٢-٦)

في دراسة لحساب تكلفة أحد المنتجات يريد أحد المحاسبين تقدير متوسط وقت الإنتاج بدرجة ثقة ٩٩% وبخطأ لايتجاوز دقيقة واحدة . والمطلوب تقدير حجم العينة اللازم بإفتراض أن الإنحراف المعياري للمجتمع خمس دقائق .

الحل :

$$\text{ن.} = \left(\frac{\text{ل}\sigma}{\text{خ}}\right)^{٢}$$

(٢,٥٧ × ٥) /١ = ١٦٥

تطبيق (٢٢-٧)

بمناسبة الجرد السنوى فى إحدى الشركات ، أراد أحد المحاسبين تقدير متوسط وزن العلبة لأحد الأصناف بنسبة خطأ لا تزيد عن ٣% وبدرجة ثقة ٩٥% ، والمطلوب تحديد حجم العينة إذا علم أن حجم المجتمع ٩٨٧٥ علبة ومعامل الإختلاف به قدره ٠,٨

الحل :

$$\text{ن.} = \left(\frac{\text{ل}\,\sigma'}{\text{خ}'}\right)^{٢}$$

$$= \left(\frac{١،٩٦ \times ٠،٨}{٠،٠٣}\right)^{٢} = ٢٧٣٢$$

$$\frac{\text{ن.}}{\text{ن}} = \frac{٢٧٣٢}{٩٨٧٥} = ٠،٢٨ > ٠،١$$

ولذا يلزم حساب ن من الصيغة (٢٢-١٦)

$$= \frac{٢٧٣٢}{١ + \frac{٢٧٣١}{٩٨٧٥}} = ٢١٤٠$$

تطبيق (٢٢-٨)

أراد أحدى الباحثين معرفة متوسط المبالغ التي تنفقها الأسرة شهرياً على الأدوية والعلاج في مجتمع معين يحوي ألف أسرة . ما هو حجم العينة اللازم لتقدير حدود ثقة لذلك المتوسط بإحتمال قدره ٩٥% وبخطأ لا يتجاوز ثلاثة جنيهات علماً بأن تقدير الإنحراف المعياري هو ١٧ من دراسات إستطلاعية .

الحل :

$$ن_. = \left[\frac{(١،٩٦)\ (١٧)}{٣}\right]^٢ = ١٢٣،٣$$

$$\frac{ن_.}{ن} = ٠،١٢٣$$

$$ن = \frac{١٢٣}{١ + \frac{١٢٢}{١٠٠٠}} = ١٠٩،٦$$

أى أن حجم العينة اللازم هو ١١٠ أسرة.

الفصل الثالث والعشرون

منطق إختبارات الفروض

تطورت نظرية اختبارات الفروض منذ أوائل القرن العشرين بمعرفة علماء الإحصاء فيشر Fisher, R. ، بيرسون Pearson, E.S.،ونيمان Neyman, J.
وتعد اختبارات الفروض الإحصائية الأساس فى تكوين النظريات والقوانين والمعارف العلمية بصفة عامة في كافة العلوم غير الرياضية .

٢٣-١ أنواع الفروض Hypotheses

الفرض Hypothesis بالمعنى الواسع هو أي تقرير مؤقت أو محتمل في سبيل المعرفة العلمية . ويختبر الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الحقيقة .
أن نظرية اختبارات الفروض تحوي أنواع وتصنيفات مختلفة من الفروض نعرضها فيما يلي :

الفرض البحثي Research hypothesis

باعتبار أن الفرض يكون هدفا للباحث فإنه يطلق عليه الفرض البحثي Research وأحياناً يسمى الفرض المحرك Motivated أو الفرض التجريبي Experimental .

ونعرض فيما يلي صورتان لهذا الفرض البحثي :

الفرض العام General hypothesis

إن الفرض البحثي في البداية غالباً يكون في صورة عامة ويوصف عندئذ بأنه فرض عام ، وفيما يلي بعض صورة :

- العلاج (أ) فعال في علاج المرض (د) .
- الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة .
- الماكينات في المصنع تعمل بصورة سليمة .
- نسبة النجاح في الثانوية العامة تصل إلى ٧٠% .
- نسبة البضاعة التالفة ١٢% .
- الأرض كروية .
- التدخين ضار بالصحة .
- المتهم (أ) برئ .
- مياه الشرب نقية .
- قيمة المخزون بالشركة ٨٠٠ ألف جنيه .

الفرض العامل Working

إن الفرض البحثي (العام) يكون في البداية غالباً في صورة غير محددة تماماً

، وهو بذلك غير قابل للاختبار Untestable ويمكن ملاحظة ذلك بالرجوع للأمثلة السابقة ، ولنأخذ مثلاً الفرض : الأرباح الهامشية Margins في تجارة التجزئة مرتفعة.

فالأرباح الهامشية مفهوم غير محدد تماماً ؛ ويمكن تحديده ، مثلاً باعتباره الفرق بين المبيعات والتكاليف المتغيرة . وبالمثل فإن تجارة التجزئة في حاجة إلى تعريف إجرائي يبين ما إذا كانت تجارة معينة تنتمي إلى تجارة التجزئة أو الجملة ، كما أن عبارة الأرباح مرتفعة تعد تقييماً ذاتياً ويلزم أن يكون التحديد موضوعياً كأن يقال مثلاً نسبة الربح أكثر من ٣٠% .

ويعني ذلك أنه يلزم لاختبار الفرض العام تحويله إلى ما يسمى **الفرض العامل** ، حيث تعرض المفاهيم بصورة واضحة ومحددة ويمكن قياسها .

ولنأخذ أيضاً الفرض : قيمة المخزون ٨٠٠ ألف جنيه ؛ وبافتراض أن مراجع الحسابات لا يمكنه التحقق من صحة كل الأرصدة بالمخازن ، فإنه لا يكون لديه طريقة مباشرة للتحقق من صحة رصيد المخزون أعلاه ، وعليه إعادة صياغة هذا الفرض في صورة فرض قابل للاختبار فإذا كان عدد الأصناف بالمخازن ٢٠٠٠ ، يكون متوسط قيمة الصنف الواحد ٤٠٠ جنيهاً فإنه يمكن صياغة فرض عامل كما يلي : س = ٤٠٠ جنيه .

الفرض المحدد والفرض الاحتمالي

تقسيم الفروض البحثية حسب درجة التأكد إلى نوعين : محددة وإحتمالية .

الفرض المحدد Deterministic يكون حول كل الوحدات محل البحث ، أي على الصورة كل (أ) تكون (ب)

بعض الأمثلة :

كل العمال أكفاء

كل المرضى يشفون

كل جسم في الكون يتجاذب مع الأجسام الأخرى

مثل هذه الفروض يكون رفضها بمجرد ملاحظة حالة سلبية واحدة ولذا فإن اختبارها لا يتم بالأساليب الإحصائية .

الفرض الاحتمالي Probabilistic يكون حول بعض الوحدات محل البحث أي على الصورة : معظم (أ) تكون (ب)

أو لأي (أ) يوجد إحتمال قدره س% أن يكون (ب) ومثلاً نسبة نجاح العملية الجراحية (أ) هي ٨٠%

الفرض الاحصائي Statistical

تعد الفروض الإحصائية مجموعة جزئية من الفروض الاحتمالية ، وهي الفروض التي تختبر إحصائياً . ويمكن تعريف الفرض الاحصائي بأنه تقرير حول مجتمع يختبر باستخدام عينة منه ، وهذا التقرير يتعلق بشكل التوزيع Shape أو صيغته Form أو خاصية معينة مثل قيمة إحدى المعالم أو أكثر .

وعلى سبيل الإيضاح ، قد يكون فرض الباحث هو أن مستوى الأجور قد زاد عما كان في فترة سابقة ولاختبار ذلك نضعه في صورة فرض إحصائي ، وذلك بأن يتم التعبير عن مستوى الأجور بمقياس إحصائي كالمتوسط الحسابي مثلاً ، أو باستخدام رقم قياسي معين ، ويمكن كتابة الفرض على الصورة : س١ < س٢ حيث ترمز الأدلة ١ ، ٢ للفترتين السابقة والحالية على الترتيب .

فرض العدم والفرض البديل

بعد تحويل الفرض البحثي إلى صيغة الفرض الإحصائي ، فإنه يلزم – حسب الاعتبارات المنطقية – عرض هذا الأخير على هيئة فرضان متنافيان . الأول يسمى فرض العدم null (ويطلق عليه أيضاً الفرض الصفري) وغالباً يرمز له بالرمز ف٠ ، والثاني يسمى الفرض البديل Alternative . وغالباً يرمز له بالرمز ف١ . وبصفة عامة(١) يعتبر فرض البحث Research بعد إعادة عرضه ليلائم الاعتبارات الاحصائية ، هو الفرض البديل . ويسعى الباحث إلى تأييد هذا الفرض البديل عن طريق رفض فرض العدم .

وبالرجوع للمثال الخاص بمستوى الأجور أعلاه يكون :

ف٠ س١ = س٢ (فرض العدم)

ف١ س١ > س٢ (الفرض البديل)

وفيما يلي بعض الملاحظات التي توضح أهمية فرض العدم .

(١) أن فرض العدم null هو افتراض إحصائي اخترع فكرته عالم الاحصاء فيشر Fisher ، وهو يعد من أجل الرفض حتى يتسنى تأييد الفرض البديل (هدف البحث) تمشياً مع قواعد المنطق .

(٢) صفة العدم المرفقة بالفرض ترجع إلى أنه يعد ليرفض باعتباره نقيص للفرض البديل ، فهو أصلاً يعد ليعبر عن عدم وجود شئ مثلاً عدم وجود شئ مثلاً عدم وجود ارتباط ، عدم وجود تغير ، عدم وجود فرق ، عدم وجود نتيجة .

(٣) إن استخدام فكرة العدم للفرض ، تقدم صيغة ذات علاقة محددة ، وبذلك فإن الإحصاء الذي يصف العلاقة يمكن تعيينه وبالتالي تعيين توزيع المعاينة المتعلق به ، وهذا الأخير كما نعلم هو الأساس في صنع القرار قبولاً أو رفضاً

الفرض المعين وغير المعين

تقسيم الفروض أيضاً إلى معينة وغير معينة

الفرض المعين Exact : هو الفرض الذي يمثل بقيمة واحدة مثل :

متوسط المجتمع س‾ = ٥٠

الفرض غير المعين Inexact : هو الذي يمثل بعدد كبير من المعالم مثل :

س‾ > ٥٠

الفرض الموجه وغير الموجه

تنقسم الفروض غير المعينة إلى نوعين :

الفرض الموجه Directional : ويسمى أيضاً الفرض ذو طرف واحد one-tail أو جانب واحد one-side . وهو الفرض الذي يحدد اتجاه معين لمعالم المجتمع :

(أ) ناحية اليسار ويسمى الطرف الأيسر Left-tailed أو الطرف الأقل Lower-tailed .

(ب) ناحية اليمين ويسمى الطرف الأيمن right-tailed أو الطرف الأعلى upper-tailed .

وهذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة : { أكبر من ، أفضل من ، على الأقل ، أقل من ، أسوأ من ، ... } .

الفرض غير الموجه Nondirectional

ويسمى أيضاً الفرض ذو الطرفين two-tail أو من جانبين two-side وتكون هذه الصيغة ملائمة عندما يعرض الفرض علاقة على الصورة :

{ يختلف عن ، لا يساوى ، يتغير ، ... }

وهذه الصيغة تستخدم بدرجة كبيرة في البحوث الاستكشافية Exploratory واحياناً تعد مرحلة بحثية تؤدي إلى بحوث أخرى تكون فيها الفروض موجهه .

وهذه الصيغة تكون ملائمة .

الفرض البسيط والفرض المركب

تنقسم الفروض أيضاً إلى نوعين :

الفرض البسيط Simple : هو فرض احصائي يحدد تماماً التوزيع الاحتمالي للتغير أو المتغيرات المتعلقة بالفرض .

فمثلاً إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون(١) (له معلمه واحدة م) فإن الفرض بأن : م = ٤ يعد فرضاً بسيطاً .

وكمثال آخر إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي(٢) (له معلمتان س ، s) فإن الفرض { س = ٦٥ ، s = 8 } يعد فرضاً بسيطاً .

الفرض المركب Composite : هو فرض احصائي غير بسيط ، وهو يؤدي إلى وجود توزيعين احتماليين أو أكثر للمتغير (أو المتغيرات) المتعلقة بالفرض .

ومثال ذلك إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن الفرض التالي يعد مركباً .

{ س = ٦٥ }

وكذلك إذا كان المتغير يتبع توزيع بواسون ، فإن الفرض التالي يعد مركباً .

{ م > ٤ }

٣٣-٢ أنواع الإختبارات

توجد ثلاثة أنواع من الاختبارات الاحصائية :

١. اختبار المعنوية البحتة .
٢. اختبار المعنوية .
٣. اختبار الفرض .

وتشترك هذه الاختبارات جميعها في وجود فرض (ف) مطلوب اختباره . ويتم اختبار الفرض بمقارنته بما يحدث في عالم الواقع ، ويتطلب ذلك أن نقوم بسحب عينة عشوائية من المجتمع محل الفرض ، ونقوم من خلال هذه العينة بملاحظة مؤشر يترتب على الفرض ، مثال ذلك متوسط العينة أو عدد حالات النجاح في التجارب ذات الحدين . هذا المؤشر يسمى إحصاء الاختبار Test statistic . ويعد توزيع المعاينة لهذا الإحصاء هو الأساس في عملية اختبار الفرض ، حيث يمكن تقييم القيمة المشاهدة للإحصاء ، وبالتالي الحكم على الفرض أو اختباره .

ونعرض فيما يلي توضيحاً للفروق بين أنواع الاختبارات الاحصائية ، ونفترض أننا بصدد اختبار فرض بسيط Simple ، حيث يكون توزيع المعاينة محدد تماماً .

١ اختبار المعنوية البحتة Pure Significance

وهنا(١) نرفض الفرض (ف) إذا كان (ح) إحتمال ظهور قيمة الإحصاء المشاهدة (ص*) أو أي قيمة أكثر تطرفاً منها (أكبر أو أصغر حسب الأحوال) نادر ، أي أن القيمة المشاهدة احتمالها قليل . ويمكن عرض قيمة (ح) (في حالة الأكبر) كما يلي :

$$ح = ح (ص > ص^* \mid ف) \qquad (٢٣-١)$$

أي أن الاختبار في هذه الحالة يتكون من تحديد الفرض (ف) وتحديد الإحصاء

(ص) وحساب الاحتمال (ح) أعلاه . ويطلق على (ح) مستوى المعنوية الحقيقي Exact significance level والمستوى الحرج Critical level احتمال المعنوية Significance probability والقيمة الاحتمالية Prob-value وتختصر إلى P-value . وتعد هذه القيمة أفضل مؤشر يلخص ما تحويه بيانات العينة عن مدى مصداقية credibility الفرض محل الاختبار . وفي حالة الاختبار من جانبين يكون من المناسب حساب القيمة الاحتمالية للجانبين ، وإذا كان التوزيع متماثلاً فإن هذه القيمة تكون ضعفها في حالة الاختبار من جانب واحد .

تطبيق (٢٣-١)

يدعى منتج صواريخ بأنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠% . قامت القوات المسلحة بتجربة عشرة منها عشوائياً – وحصلت على خمسة حالات نجاح ،
ما رأيك فى إدعاء المنتج ؟

الحل

نحسب إحتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل ،

ح = ح (س ≤ ٥ | ق = ٠,٩)

ومن المناسب فى هذه الحالة إستخدام توزيع ذي الحدين[١] :

$ح_{١٠ ، ٠,٩}$ (٥) = ٠,٠٠١٦

---

[١] راجع القسم ٢٠-٣

أي أن النتيجة المشاهدة احتمالها قليل ، وعلى ذلك نرفض فرض المنتج .

٢ اختبار المعنوية Significance test

الاختبار السابق لا يحدد قيمة معينة للاحتمال (ح) نستند إليها في رفض الفرض أو قبوله ، ولكنه يوفر فقط انطباع عام حول الفرض . ولكن في اختبار المعنوية يتم تحديد قيمة معينة للاحتمال ، سنرمز لها بالرمز (مـ) وتسمى مستوى المعنوية الاسمى Nominal Significance level ويسمى أيضاً حجم الاختبار Size of the test . وهنا نرفض الفرض إذا كانت قيمة الاحتمال المشاهد (ح) أقل منها . أي إذا كان (في حالة الأكبر) :

ح = ح (ص > ص* | ف) ≥ مـ

وهذا يرادف تماماً أن نقوم بتقسيم فراغ العينة (أي كل قيم الإحصاء الممكنة) إلى منطقتين : منطقة الرفض regection region ومنطقة القبول Acceptance . ويتم رفض الفرض إذا وقعت قيمة الإحصاء المحسوبة أو المشاهدة (ص*) في منطقته الرفض ، ويقال لها عندئذ أنها قيمة معنوية Significant value . وتسمى أقل قيمة للإحصاء تطرفاً في منطقة الرفض بالقيمة الحرجة Critical value . وإذا كان الاختبار من طرفين يكون له قيمتين حرجتين دنيا Lower وعليا upper .

٣ اختبار الفرض Hypothesis test

ويتميز هذا الاختبار عن اختبار المعنوية بإدخال فرض آخر هو الفرض البديل وهو الذي يتم العمل به في حالة رفض الفرض (وهو ما يسمى فرض العدم

ف .) وهذا الفرض البديل (ف١) يكون له تأثير كبير على الاختبار وإجراءاته .

٢٣-٣منطق الإختبار الإحصائى

الاختبار الإحصائي ويطلق عليه البرهان الإحصائي هو إجراء منطقي يؤدي إلى رفض فرض أو قبوله استناداً إلى عينة عشوائية .

البرهان غير المباشر

أن منطق الإجراءات الإحصائية لاختبارات الفروض تم أنشاؤه وقبوله في فلسفة العلم وهو يستند إلى استراتيجية مشابهة لفكرة البرهان غير المباشر حيث يتم رفض الفرض في حالة وجود تعارض مع حقيقة مترتبة عليه ويمكن عرض ذلك بالصيغة التالية :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً (مقدم) فإن (ب) يجب أن يكون صحيحاً (مترتب) .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) لا يمكن أن يكون صحيحاً .

وكمثال على ذلك نعرض ما يلي :

(أ) مقدمة كبرى : لو أن زيد مريض بالحمى (مقدم) فإن درجة حرارته تكون مرتفعة (مترتب) .

(ب) مقدمة صغرى : درجة حرارة زيد غير مرتفعة .

(جـ) النتيجة : إذن ، زيد غير مريض بالحمى .

تم رفض الفرض بأن زيد مريض بالحمى باعتبار أن الاختبار الذي أجرى عليه

لم يؤيد ارتفاع درجة حرارته – والذي يعد شيئاً مترتباً على ذلك المرض (الفرض) . وهذه هي فكرة البرهان غير المباشر ، حيث تم رفض الفرض (زيد مريض بالحمى) باعتبار أن أحد المترتبات عليه (درجة حرارة مرتفعة) لم تؤيد بالإختبار. أي أن الفرض لا يختبر بصورة مباشرة ولكن بصورة غير مباشرة عن طريق ما يترتب عليه .

مغالطة تأييد المترتب

إن تأييد الفرض أو أثباته ليس بالأمر اليسير كما في حالة الرفض فلو كانت المقدمة الصغرى : درجة حرارة زيد مرتفعة ، فإننا لا نستطيع أن نؤيد أن زيد مريض بالحمى ، وإلا وقعنا في خطأ منطقي يعرف بمغالطة تأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent إن ارتفاع درجة الحرارة قد يكون بسبب مرض آخر خلاف الحمى . كما أن مرض الحمى له أعراض (مترتبات) أخرى يلزم اختبارها والتحقق من وجودها قبل التشخيص . أي أن تأييد الفرض يتطلب تحديد كافة المترتبات عليه ثم اختبارها وأن تكون نتيجة هذه الاختبارات متسقة مع الفرض .

أي أنه إذا أيدت الوقائع ما يترتب على الفرض ، فإن ذلك لا يعد كافياً لإثبات أن الفرض صحيح . إن إثبات ذلك يتطلب أولاً تحديد كافة المترتبات على الفرض ، وهذا أمر ليس ميسوراً في كل الأحوال كما يصعب التحقق من ذلك غير أنه مع ذلك فإن تكرار الأدلة على تأييد المترتبات يزيد من درجة الاقتناع بأن الفرض صحيح .

أي أن **العلم يمكنه فقط رفض الفروض** . إذ أنه ليس من السهولة إثبات الفروض أو تأييدها . غير أنه باستبعاد فرض أو أكثر فإننا نضيف معلومات نافعة حيث أنه بتقليل مجموعة الفروض البديلة فإننا نقترب من الحقيقة ،

وبتكرار الرفض لمجموعة الفروض واحداً تلو الآخر ، يتبقى واحداً يكون بالضرورة هو الفرض الصحيح .

إن الاختبارات الإحصائية تختص بالفروض الإحصائية وتقوم على أساس افتراض أن الفرض صحيح ، ثم نقوم بملاحظة ما يترتب عليه ، أي ملاحظة حدث (وهو مشاهدة إحصاء لعينة) ، ونقوم برفض الفرض إذا كان هذا الحدث من النادر وقوعه . وتكون صياغة البرهان كما سبق ذكره في القسم السابق مع إدخال عنصر الاحتمال :

مقدمة كبرى : إذا كان (أ) صحيحاً فإن (ب) يحتمل أن يكون صحيحاً .

مقدمة صغرى : (ب) ليس صحيحاً .

النتيجة : إذن (أ) يحتمل أن لا يكون صحيحاً .

ويمكن إيضاح ذلك بما يلي[1] :

مقدمة كبرى : إذا كان متوسط المجتمع ٧٥ (مقدم) فإن متوسط العينة يقع بين ٧٢ ، ٧٨ باحتمال قدره ٩٠% (مترتب)

مقدمة صغرى : متوسط العينة المسحوبة ٦٥ .

النتيجة : إذن هناك احتمال قدره ٩٠% أن يكون الفرض غير صحيح .

٢٣-٤ أخطاء الإختبار

هناك خطآن يتعرض لهما الاختبار الإحصائي ، خطأ الرفض وخطأ القبول .

٢٣-٤-١ خطأ الرفض Rejection error

يقوم الاختبار الإحصائي على أساس رفض الفرض إذا كان (ب) ليس صحيحاً

[1] راجع التطبيق (٢١-٣)

، وذلك على الرغم من أن هناك احتمال أن يكون الفرض صحيحاً ، وفقاً للمنطق السابق عرضه وعلى ذلك يقع متخذ القرار في خطأ يسمى " خطأ الرفض " ويسمى كذلك " خطأ من النوع الأول " Type I error . ويلاحظ أن هذا الخطأ ينشأ بسبب الطبيعة الاحتمالية في الاختبار .

احتمال خطأ الرفض (مــ)

ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الأول (I) وكذا مستوى المعنوية Significance level والمستوى الأسمي للاختبار Nominal level of the test * وأيضاً حجم الاختبار Size of the test .

مــ = ح (I) = ح (ص ∈ ر | ف٠) (٣ ٢-٢)

حيث ر منطقة الرفض ، ق منطقة القبول .

٢٣-٤-٢ خطأ القبول Acceptance error

وهناك خطأ آخر قد يقع فيه متخذ القرار وينشأ هذا الخطأ من المغالطة المنطقية المتعلقة بتأييد المترتب Fallacy of affirming the consequent كما سبق إيضاحه ، ويسمى هذا الخطأ "خطأ القبول " ، كما يسمى " خطأ من النوع الثاني Type II error " .

احتمال خطأ القبول (ك)

ويسمى أيضاً احتمال الخطأ من النوع الثاني هو احتمال قبول الفرض عندما يكون غير صحيح أي أن :

ك = ح (II) = ح (ص ∈ ق | ف١) (٣ ٢-٣)

٢٣-٤-٣ العلاقة بين الأخطاء

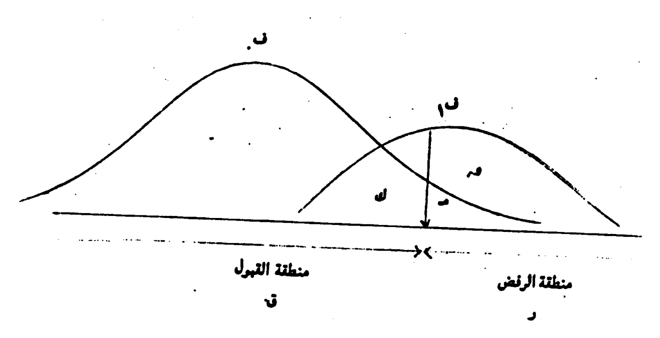
يمكن تلخيص الموقف في الجدول التالي والذي يوضح وجود أربعة مواقف عن فرض العدم تنشأ من :

(١) حقيقة الفرض : فرض العدم قد يكون صحيح وقد لا يكون صحيح .

(٢) القرار حول الفرض : رفض فرض العدم أو قبوله .

حقيقة فرض العدم / القرار	صحيح	غير صحيح
رفض	خطأ الرفض (I)	قرار صحيح
قبول	قرار صحيح	خطأ القبول (II)

ويوضح الرسم التالي هذه الأخطاء واحتمالات حدوثها بافتراض أن فرض العدم ف٠ والفرض البديل ف١ كلاهما بسيط Simple .



وفيما يلي بعض الملاحظات عن احتمالات الأخطاء :

(١) توجد علاقة عكسية بين احتمالي الخطأين الأول والثاني - ولذلك فإن محاولة تخفيض أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر .

(٢) أن العلاقة بين احتمالي الخطأين ليست بسيطة بحيث يمكن تحديدها وتقدير أي منها بدلالة الأخرى .

(٣) إن احتمال الخطأ من النوع الثاني يصعب تقديره ، إذ أنه يعتمد على الفرض البديل وهو غالباً ما يكون فرضاً غير معين Inexect بمعنى أنه يكون ممثلاً بعدد كبير من المعالم .

٢٣-٤-٤ تطبيقات إيضاحية :

فيما يلي بعض الحالات التطبيقية لاختبارات الفروض :

التدريب :

لغرض زيادة الإنتاج يتم تدريب العمال في أحد المراكز الخاصة بالتدريب ، وفي أحد المصانع على سبيل المثال ، يدعى مركز التدريب أن البرنامج يؤدى إلى زيادة إنتاج العامل من ٤٠ وحدة حسب الوضع الحالي إلى ٥٠ وحدة في الساعة وللتحقق من ذلك تم إرسال عينة من عمال المصنع وسجلت إنتاجيتهم بعد إتمام التدريب وإذا اعتبرنا أن إنتاج العامل س يكون :

فرض العدم ف٠ : س = ٥٠

ف١ : س = ٤٠

ويوجد خطآن :

(١) خطأ الرفض (I) : رفض الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ، بينما هذا هو الصحيح .

(٢) خطأ القبول (II) : قبول الفرض بأن متوسط الإنتاج زاد إلى ٥٠ وحدة ، بينما هذا غير صحيح .

التشخيص الطبي

الطبيب (المتخصص في الحميات مثلاً) وهو يفحص الرواد لاختبار ما إذا كان الشخص مريضاً من عدمه ، يتعرض لنوعين من الأخطاء عند إصدار القرار :

خطأ الرفض (النوع الأول) : الشخص غير مريض بالحمى بينما هو مريض.
خطأ القبول (النوع الثاني) : الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض.

٢٣-٤-٥ المفاضلة بين الأخطاء

لا شك أن صانع القرار يسعى إلى تقليل الأخطاء التي يتعرض لها من كلا النوعين غير أن طبيعة هذه الأخطاء وكما هو واضح من الشكل السابق فإن أي محاولة للتقليل من أحد الأخطاء يكون ذلك على حساب زيادة الخطأ الآخر ، هذا بافتراض حجم عينة معين . ويمكن تقليل كلا من الخطأين بزيادة حجم العينة .

وعلى أي حال فإنه مع حجم عينة معين تظل مشكلة المفاضلة بين النوعين من الأخطاء ، وتحديد المقدار المناسب من كل منهما . أن الإجابة على ذلك تتطلب بالضرورة معرفة مقدار العبء أو التكلفة أو التضحية بسبب كل نوع من الأخطاء . وذلك يتوقف بالضرورة على طبيعة المشكلة ، ونوضح ذلك في بعض المشاكل والسابق عرضها .

التدريب

بشأن هذه القضية ، يوجد خطآن يحتمل أن تقع المنشأة في أي منها ، وقد سبق

إيضاح ذلك ، وللمفاضلة بين كلا النوعين من الأخطاء ، نعرض فيما يلي العبء أو التكلفة التي يمكن أن تتحملها المنشأة من جراء كل خطأ :

(١) خطأ الرفض (I) : حالة رفض الفرض بينما هو صحيح ، أي اعتبار أن التدريب لا يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما هو عكس ذلك فإن المنشأة لن تقوم بتدريب العاملين لديها وبالتالي تضيع الفرصة عليها في زيادة الإنتاج ، ويمكن حساب تكلفة هذه الفرصة الضائعة في صورة الأرباح التي تترتب على الزيادة في الإنتاج .

(٢) خطأ القبول (II) : حالة قبول الفرض بينما هو غير صحيح ، أي حالة اعتبار أن التدريب يؤدي إلى زيادة الإنتاج بينما ذلك غير صحيح ، فإنه يترتب على ذلك أن تقوم المنشأة بتدريب العاملين لديها وتتكبد بذلك تكاليف ممثلة في نفقات التدريب ، وتكلفة الفرص الضائعة أو الإنتاج المضحى به بسبب وقت العمال الضائع في التدريب .

التشخيص الطبي

بخصوص قضية التشخيص الطبي ، فإن الأخطاء المترتبة على القرار ، تعد تكلفتها جسيمة ويصعب تقدير تكلفتها بالمقارنة بالقضايا الأخرى السابق عرضها . فهناك تكلفة وأعباء يتحملها الشخص نفسه وأخرى تقع على الأسرة وأخرى على المجتمع .

(١) خطأ الرفض (I) : إن اعتبار الشخص غير مريض بالحمى وهو في الحقيقة مريض ، يترتب عليه عدم منحه العلاج اللازم ، وهذا يضر بصحته ، ويختلف مقدار الضرر حسب الحال ، وقد يصل الأمر إلى الوفاة ، أن تقدير تكلفة ذلك ليس بالأمر اليسير سواء كان ذلك تكلفة العبء الواقع على الشخص نفسه أو على المجتمع .

(٢) خطأ القبول (II) : إن اعتبار الشخص مريض بالحمى بينما هو غير مريض بها ، يترتب عليه تعرضه لعلاج لا يناسبه وقد يضر به ، وكذا فإن تكلفة العلاج تكون دون مبرر - بالإضافة إلى ضياع الفرصة على المريض لإجراء فحوص لمعرفة مرضه الحقيقي ، مما قد يترتب عليه عواقب وخيمة . أن كل هذه الأمور يجب تقديرها وحساب تكلفتها المادية والاجتماعية .

٢٣-٤-٦ المعالجات المنطقية

من الأمور السابق عرضها يمكن إيضاح ما يلي بالنسبة للأخطاء التي يتعرض لها صانع قرار اختبار الفرض :

(١) بالنسبة لحجم عينة ثابت لا يمكن تخفيض كلا النوعين من الأخطاء ، إذ أن تخفيض واحد يعني زيادة الآخر .

(٢) السبيل الوحيد لتخفيض كلا الخطأين هو زيادة حجم العينة .

(٣) تكلفة أرتكاب أي من الخطأين تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون أي منهما أكبر الآخر .

(٤) تكلفة الخطأ تتوقف على طبيعة المشكلة ، وقد يكون ذلك شيئاً قليلاً يمكن حتى اهماله ، وقد يؤدي إلى خسائر جسيمة .

(٥) تكلفة الخطأ قد يسهل حسابها وتقديرها في بعض الحالات ، كما أنه في حالات أخرى يكون ذلك صعباً أو مستحيلاً ، خاصة ما يتعلق بالتكلفة الاجتماعية .

وفي ضوء ذلك نعرض أهم الاتجاهات المنطقية المتاحة للمفاضلة بين الأخطاء .

أولاً : **زيادة حجم العينة** بالقدر الذي تسمح به الإمكانات ، وذلك في الحالات التي يكون فيها تكلفة كلا من الخطأين جسيمة ، وخاصة في حالة وجود صعوبة في تقديرها . إن ذلك يؤدي إلى تخفيض كلا الخطأين وبالتالي تخفيض التكلفة أو العبء الواقع .

ثانياً : اختيار حجم العينة بحيث تكون جملة التكلفة أقل ما يمكن وذلك باستخدام الصيغة التالية :

جملة التكاليف = احتمال الخطأ الأول * تكلفة الخطأ الأول

+ احتمال الخطأ الثاني * تكلفة الخطأ الثاني

+ تكلفة التجربة أو المعاينة (٣ ٢-٤)

ثالثاً : تثبيت الخطأ الأول عند مستوى معين ، يتلاءم مع طبيعة المشكلة ، مع تخفيض الخطأ من النوع الثاني إلى أقل احتمال ممكن .

رابعاً : تحديد مستويات معينة ، تكون مقبولة في احتمالات كلا النوعين من الأخطاء الأول والثاني .

٢٣-٥ فعالية الإختبار

تختلف الاختبارات الإحصائية كما سبق أن أوضحنا . وقد يتاح للباحث أكثر من اختبار لعلاج مشكلته . كل هذا يلقى على الباحث ضرورة الاهتمام بالمفاضلة بين هذه الاختبارات لاختيار المناسب منها حسب طبيعة المشكلة .

يوجد عدد كبير من الصفات من المرغوب توافرها في الاختبار ، نعرض أهمها بإيجاز [1]

---

[1] لمزيد من الإيضاح ، راجع الاحصاء والإستقراء ،ج٢ ، منطق الإستقراء ، للمولف

١ مميز العمليات OC

إن احتمال الخطأ من النوع الثاني (ك) يعتمد على الفرض البديل ، والذي يحوى بدوره على عدد كبير من القيم . وبذلك فإن فهم الاختبار بصورة كاملة يتطلب معرفة كل قيم ك الممكنة والمناظرة لقيم الفرض البديل (ف١) . إن المنحنى الذي يعرض هذه العلاقةيسمى منحنى مميز العمليات أو توصيف العمليات (Operating characteristic curve (OC .
وهذا المنحنى يوضح احتمال خطأ القبول (النوع الثاني) لكل قيم الفرض البديل ، وتوجد خرائط تعرض هذه المنحنيات وتستخدم في تحديد حجم العينة .

٢ قوة الاختبار Power of the test

تعرف قوة الاختبار (ق) بأنها احتمال رفض الفرض عندما يكون غير صحيح ، ويلاحظ أن

ق = ١ - ك   (٢٣-٥)

أى أن زيادة قوة الاختبار تعنى تماماً تخفيض احتمال الخطأ من النوع الثاني .

٣ كفاءة الاختبار Test efficiency

تعد كفاءة الاختبار من أهم الصفات التي تحدد مكانته بالمقارنة بالاختبارات الأخرى . وتعرف كفاءة اختبار (أ) بالنسبة إلى اختبار آخر (ب) بأنه نسبة حجوم العينات ن ب / ن أ التي تتساوى عندها القوة لكلا الاختبارين لنفس الفرض البديل عند نفس مستوى المعنوية ، حيث ن أ ، ن ب هي حجوم

العينات للاختبارين .

٤ عدم التحيز Unbiasdness

الاختبار غير المتحيز يكون فيه احتمال رفض الفرض ف٠ عندما يكون غير صحيح ، دائماً أكبر من احتمال رفضه وهو صحيح ، أي يكون قوة الاختبار دائماً أكبر من معنويته ، أي :

ق > مـ (٦-٢٣)

٥ الإتساق Consistency

يقال للاختبار أنه متسق Consistent إذا كانت قوة الاختبار(لأي مجموعة من البدائل) تؤول إلى واحد بزيادة حجم العينة .

٦-٢٣ تفسير النتائج

تتوقف نتيجة الاختبار الإحصائي على القيمة المشاهدة لإحصاء الاختبار والقرار هو : الرفض أو القبول . ونوضح فيما يلي كل حالة منها ثم نوضح طبيعة كل من المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية .

الرفض Rejection

ويكون عند وقوع قيمة الإحصاء (ص*) والمحسوبة من العينة ، في منطقة

الرفض وهذا يرادف أن يكون مستوى المعنوية الحقيقي لقيمة الإحصاء (ح) أقل من مستوى المعنوية الإسمى (مـ) . ويفضل استخدام الإجراء الأخير ذلك أن معرفة مستوى المعنوية الحقيقي يعد أفضل مؤشر عن مدى مصداقية الفرض محل الاختبار .

وعلى أي حال فإن نتيجة الاختبار يمكن تقريرها بأي من العبارات التالية :

(١) الاختبار يقرر رفض فرض العدم .

(٢) الاختبار يقرر أن المشاهدات (قيمة الإحصاء) معنوية إحصائياً Statistically significant ، أو باختصار : النتيجة معنوية .

إن رفض فرض العدم يعد هدفاً للباحث كما سبق أن ذكرنا ، وذلك لأنه بذلك يؤيد فرضه البحثي وهو الفرض البديل .

القبول Acceptance

ويحدث عند وقوع قيمة الإحصاء في منطقة القبول . وفي هذه الحالة يمكن تقرير أي من العبارات التالية :

(١) عدم التمكن من رفض فرض العدم .

(٢) مجموعة المشاهدات ليست معنوية إحصائياً ، وباختصار : النتيجة غير معنوية .

إن قبول الفرض لا يعنى برهاناً على صحته ، إذ قد يكون نتيجة لعدم كفاية العينة . ويوضح ذلك الأمر المثال الخاص بقرار المحكمة (القسم ٢٣-٤-٤) حيث أن صدور قرار باعتبار أن المتهم برئ (فرض العدم) لا يعنى برهاناً على براءته ، ولكن يعنى فقط عدم كفاية الأدلة .

المعنوية الإحصائية والمعنوية العملية[1]

كلمة " معنوي " Significant تعنى هام أو جوهري ،والمعنوية العملية Practical significance تحدد حسب طبيعة الأشياء محل البحث وتحكمها القيم السائدة في المجتمع .

أما المعنوية الإحصائية Statistical significance فهي تبنى على نظرية الاحتمالات ، وهي تعني أن المشاهدات تعبر عن شئ غير متوقع حدوثه بالصدفه . ويقتضى التفسير الصحيح للنتائج تحديد المستوى الذي تبنى عليه المعنوية الإحصائية ، والذي قد يكون واحداً مما يلي ، ويفضل العمل بهما معاً :

(أ) مستوى المعنوية الحقيقي Exact وتعد هذه القيمة ، كما سبق ذكره ، أفضل مؤشر عن مدى مصداقية Credibility الفرض محل الاختبار .

(ب) مستوى المعنوية الإسمي Nominal وهذا يحدد اختيارياً قبل بداية التجربة ، ويتوقف على طبيعة المشكلة وتكلفة الأخطاء المحتملة .

وعلى أي حال فإن المعنوية الإحصائية ، وكما سبق ذكره تعبر عن شئ غير متوقع حدوثه بالصدفة . على أنه يلزم وجود ضوابط لقياس ذلك وللفصل بين ما هو محتمل Likely أو يمكن إرجاعه للصدفة وبين ما هو غير محتمل Unlikely.

بخصوص هذه المشكلة ، يوجد عرف Convention وضعه الإحصائيون ، ويعمل به منذ سنوات طويلة ، يقضي بما يلي :

---

[1] راجع تطبيق (٢٣-٣)

(١) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠,٠٥ تعد معنوية Significant .

(٢) أي نتيجة يكون احتمالها أقل من ٠.٠١ تعد معنوية بدرجة كبيرة Highly significant .

وتلقى هذه القواعد قبولاً عاماً من الإحصائيين والباحثين ، غير إنها غير ملزمة ويمكن استخدام أي مستوى آخر يكون مناسباً للحالة محل الاختبار ، فالكثير من الباحثين يستخدمون هذه المستويات الموضوعة باعتبارها قواعد جامدة دون أي محاولة لاستخدام مستويات قد تكون أفضل منها . كما أن هذا التحديد أدى إلى عرض الكثير من جداول التوزيعات الإحصائية بالمراجع بصورة غير كاملة ، حيث تقتصر على عرض مستويات المعنوية ٠,٠٥ ، ٠,٠١ فقط .

في العرض السابق تم إيضاح مفهوم المعنوية الإحصائية للتفرقة بينه وبين المعنوية العملية . ولذلك قد نواجه بحالات تكون فيها النتيجة معنوية إحصائياً غير أنها غير معنوية من الناحية العملية ، كما هو موضح في التطبيق (٣-٢) ، وبالعكس توجد حالات تكون فيها النتيجة غير معنوية إحصائياً غير أنها تكون معنوية من الناحية العملية . ومهما يكن الأمر فإن المعنوية الإحصائية ضرورة منطقية .

٢٣-٧ إختبار الفرض حول متوسط المجتمع

نعرض فيما يلي نموذجاً لأحد الإختبارات بإعتباره تطبيقاً وتوضحياً للإجراءات والمفاهيم المتعددة والسابق عرضها في أماكن مختلفة ، ويعد هذا الإختبار ويطلق عليه الإختبار الطبيعي Normal test من الأساليب الشائعة[1] .

[1] أساليب أخرى متعددة بالفصل ٢٤

(١) المشكلة :

إختبار الفرض بأن المتوسط الحسابي للمجتمع س‾ يساوي قيمة معينة س. ‾

(٢) الإفتراضات :

أ - عينة عشوائية بسيطة .

ب - مستوى القياس للمتغير فترى Interval .

جـ - تباين المجتمع معلوم .

(٣) فرض العدم :

ف٠ : س‾ = س.‾

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة س‾ ≥ س.‾ أو س‾ ≤ س.‾

على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف١ : س‾ > س.‾

(ب) ف١ : س‾ < س.‾

(جـ) ف١ : س‾ ≠ س.‾

(٥) إحصاء الإختبار

ص= (س‾ — س.‾) / ———— (٣-٢-٧)

$\sigma_{\text{س-}}$

حيث س- هو متوسط العينة

$$\sigma_{\text{س-}} = \frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}} \qquad (\text{٢٣-٨})$$

فى حالة السحب مع الإرجاع أو اذا كانت $\frac{\text{ن}}{\text{ن}} < \text{٠،١}$

$$\sigma_{\text{س-}} = \sqrt{\frac{\sigma^{\text{٢}}}{\text{ن}} \cdot \frac{\text{ن} - \text{ن}}{\text{ن} - \text{١}}} \qquad (\text{٢٣-٩})$$

في حالة السحب بدون إرجاع

(٦) توزيع المعاينة

تقرر النظريات(١) الإحصائية أن س- يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره س.— وانحراف معياري σ س- . وبذلك فإن توزيع المعاينة للإحصاء ص يكون هو التوزيع الطبيعي المعياري .

(٧) قاعدة القرار

بفرض أن مستوى المعنوية (مـــ) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في

منطقة القبول . ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض ، وكما هي موضحة في كل حالة مما يلي :

(أ) ف١ : س− > س.−

ص > ط (١ - مــ)

(ب) ف١ : س− < س.−

ص < ط (مــ)

(جــ) ف١ : س− ≠ س.−

ص > ط (١ - مــ/٢)

أو ص < ط (مــ/٢)

(٨) سحب العينة

تسحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع .

(٩) قيمة الإحصاء

يتم حساب قيمة الإحصاء المشاهدة كما هو موضح في الخطوة (٥) .

(١٠) نتيجة الاختبار

وتحدد كما هو موضح في الخطوة (٧) .

تطبيق (٢٣-٢)

يقرر المسئولين عن النواحي الصحية عن المياه في أحد المجتمعات أن الحد

الأقصى المسموح به من البكتريا هو ٧٠ لكل سم٣ من المياه وتكون الحالة خطيرة إذا ما زاد المتوسط عن ٧٠ حيث يؤدى أكل الأسماك المستخرجة من هذه المنطقة إلى الأصابة بالتهاب الكبد .

في مسح صحي لأحد المجتمعات تم سحب عينة من المياه حجمها ٣٦ ووجد أن متوسط عدد البكتريا هو ٧٣ لكل سم٣ . فإذا علم أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري ٥ . المطلوب اختبار الفرض بأن المياه صحية بمستوى معنوية ١ % .

الحل : ف٠ : $\bar{س}$ ≤ ٧٠ (المياه صحية)

ف١ : $\bar{س}$ > ٧٠ (المياه غير صحية)

$$\text{الإحصاء ص} = \frac{٧٣ - ٧٠}{٥ / \sqrt{٣٦}} = ٣,٦$$

وحيث أنه أكبر من ٢,٣٣ فإننا مرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل ، أن أن المياه غير صحية .

تطبيق (٢٣-٣)

إذا علم أن المعدل الطبيعي لنبضات القلب في أحد المجتمعات هو ٧٠ نبضة في الدقيقة بانحراف معياري ٥ نبضات . في فحص لعينة من ٦٤ من المرضى في إحدى المستشفيات ، تبين أن متوسطها الحسابي ٧٢ نبضة . فهل يعد النبض لهذه المجموعة طبيعي بمستوى معنوية ٠,٠٥.

الحل :

$$\text{ص} = \frac{\text{٧٢} - \text{٧٠}}{\text{٥} / \text{٦٤}} = \text{٣,٢}$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٠٠٧ وهو أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠٥ وهذا يعني أن النتيجة معنوية بدرجة كبيرة .

ملحوظة : على الرغم من وجود معنوية إحصائية كبيرة ، فإنه لا توجد في الحقيقة معنوية عملية ، إذ أن معدل النبض ٧٢ يدخل في المدى الطبيعي .

تطبيق (٢٣-٤)

يدعى أحد مراكز التدريب أن برنامجه الذي يطبقه على عمال أحدى المنشآت ، يؤدي إلى زيادة متوسط إنتاج العامل إلى ٥٠ وحدة بينما ترفض المنشأة ذلك الأدعاء وترى أن متوسط إنتاج العامل باق على حالة وهو ٤٠ وحدة . قام مدير الأفراد بالمنشأة بسحب عينة عشوائية من ٣٦ عاملاً ووجد أن متوسط إنتاج العامل ٤٥ وحدة والمطلوب اختبار فرض المنشأة بأن متوسط إنتاج العامل هو ٤٠ وحدة فقط ، بمستوى معنوية ٠,٠٥ إذا علم أن الانحراف المعياري في المجتمع ١٥ وحدة .

الحل :

ف٠ : $\bar{\text{س}}$ = ٥٠

ف١ : س‾ = ٤٠

$$ص = \frac{٤٥ - ٥٠}{١٥ / ٦} = -٢$$

ط (٠,٠٥) = - ط (٠,٩٥) = - ١,٦٥

وحيث أن قيمة الإحصاء -٢ < - ١,٦٥ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٢٣-٨ تحديد حجم العينة

يوجد عدد كبير من النماذج الخاصة بتحديد حجم العينة وقد سبق توضيح ذلك في الجزء الخاص بحجم العينة في القسم (٢١-٣) . ونعرض فيما يلي نموذجاً لتحديد حجم العينة الذي يجعل احتمالات الأخطاء ثابتة ومحددة بقيم معينة يقبلها الباحث .

افتراضات النموذج :

(١) المجتمع كبير ، ويعنى ذلك إمكان تجاهل معامل تصحيح المجتمع المحدود .

(٢) المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . ويمكن تجاهل هذا الشرط في الحالات

التي ينتج عنها حجم عينة كبير .

(٣) تباين المجتمع معلوم .

(٤) المطلوب اختبار فرض بسيط ف٠ : $\bar{\text{س}} = \bar{\text{س}}_{٠}$ ضد فرض آخر بسيط ف١ : $\bar{\text{س}} = \bar{\text{س}}_{١}$ ، $\bar{\text{س}}_{١} > \bar{\text{س}}_{٠}$

في هذه الحالة يحدد حجم العينة بالصيغة التالية :

$$\text{ن} = \left\{ \frac{\sigma\,(\text{ط}_{\alpha} + \text{ط}_{\beta})}{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٠}} \right\}^{٢} \qquad (٢٣-١١)$$

تطبيق (٢٣-٥)

في إحدى الدراسات عن أحوال العمالة يراد اختبار الفرض بأن متوسط عدد ساعات العمل في إحدى المهن هو ٨ ساعات ضد ١ دعاء آخر (الفرض البديل) بأن المتوسط هو ٩ ساعات . والمطلوب تحديد حجم العينة الذي يجعل احتمال الخطأ من النوع الأول ٠,٠٥ واحتمال الخطأ من النوع الثاني ٠,١٠ على الترتيب . وذلك علماً بأن الانحراف المعياري في المجتمع ١,٨ .

الحل :

$$= \left\{ \frac{١{،}٨\ (١{،}٦٥ + ١{،}٢٨)}{٩ - ٨} \right\}^{٢} = ٢٨$$

الفصل الرابع والعشرون

أساليب الإستقراء

أساليب الإستقراء متعددة ومتنوعة ،يصعب جمعها في كتاب واحد ، نعرض بعضها في هذا الفصل[1] ، بالقدر الذى يوضح دور هذه الوظيفة فى العلم والبحث العلمى ؛ وهى على أى حال تختلف وتتنوع تبعا للعديد من العوامل ، من المناسب توضيحها .

٢٤-١ تصنيف أساليب الإستقراء

يمكن تصنيف أساليب الإستقراء تبعاً للعديد من العوامل ، نعرض أهمها .

٢٤-١-١ التصنيف حسب الهدف من الأسلوب .

أ – **التقدير** (Estimation)

تستخدم غالباً في البحوث الإستكشافية (Exploratory) بهدف تقدير خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية ، معدل البطالة ، معدل الجريمة ، متوسط دخل

[1] مزيد من الإختبارات فى كتاب الإحصاء والإستقراء ، الجزء الثالث ،أساليب الإستقراء، للمؤلف

الأسرة ، الإرتباط بين الجريمة والبطالة .

ب - **إختبارات الفروض** (Hypotheses testing)

تستخدم غالباً في البحوث التوكيدية (Confirmatory) ، بهدف إختبار الفروض حول خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية في المجتمع ٣٠ % ، نسبة المرضى بمعرض معين ١٠ % ، متوسط دخل الأسرة لا يقل عن ٥٠٠ جنيه شهرياً ، يوجد إرتباط طردي قوي بين دخل الفرد وحالته التعليمية ، .... .

٢٤-١-٢ التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات .

يتم تقسيم أساليب الإستقراء حسب مستوى القياس للمتغيرات وهى كما يلي مرتبه تنازلياً حسب دقة القياس .

القياس الكمي .

أ - المستوى النسبي (Ratio) .

ب - المستوى الفترى (Interval) .

القياس الكيفي

جـ - المستوى الترتيبي (Ordinal) .

د - المستوى الإسمي (Nominal) .

ملاحظات هامة :

أ - كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن إستخدام أساليب إحصائية على مستوى أفضل .

ب – المتغيرات بمستوى قياس معين يمكن التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى وكذا الأساليب الإحصائية المخصصة لمستوى القياس الأقل . وهذا يعطى مزيدا من الوصف والفهم .

جـ – إن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أعلى من مستوى قياس المتغير ، يعد خطأ منطقياً ، كما أن إستخدام أسلوب إحصائي مستواه أقل من مستوى قياس المتغير يعد إهداراً وتضحية بالفرص المتاحة المتمثلة فى المعلومات المتضمنة فى البيانات المقدمة ، أي التضحية .

٢٤-١-٣ الأساليب المعلمية وغير المعلمية

يوجد تقسيم شائع لأساليب الإستقراء إلى أساليب معلمية (Parametric) وأخرى لامعلمية (Non Parametric)، وأساس هذا التقسيم هو مدى توافر بعض الشروط ،وفيما يلي نعرض بعض الإيضاحات عن الإحصاءات اللامعلمية .

الإحصاءات اللامعلمية (Non Parametric Statistics)

هى مجموعة جزئية من مجموعة أساليب الإستقراء الإحصائي وهذه المجموعة من الأساليب تعرض بالمراجع بمسميات مختلفة ،يشيع منها الإحصاءات اللاتوزيعية Distribution - free statistics واللاشرطية Assumption - free،....

١ – الأساليب اللامعلمية تتضمن قدراً قليلاً من الشروط أو الإفتراضات ، غالباً ما تكون متواجدة عملياً كأن يكون المتغير مستمر أو يكون التوزيع متماثل .

أهمية الإحصاءات اللامعلمية ومجالات تطبيقها :

الإحصاءات اللامعلمية لها أهمية كبيرة في البحوث بصفة عامة وفي البحوث الإجتماعية بصفة خاصة ، حيث تزداد مجالات تطبيقها نظراً لطبيعة الظواهر الإجتماعية وخاصة ما يتعلق بمستويات القياس لهذه الظواهر والتي يغلب عليها الطابع الكيفي . وهناك على أي حال أسباب متعددة تضفي مزيداً من الأهمية لهذه الأساليب وتزيد من مجالات تطبيقها .

أولاً : هناك حالات لا يتوفر لها أسلوب معلمي Parametric

ويصبح معه الأسلوب اللامعلميNon Parametric هو الوحيد المتاح إستخدامه .

١ – حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الإسمي (Nominal Scale) .

٢ – حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكيفية المقاسة على المستوى الترتيبي (Ordinal Scale) .

٣ – حالات الإستقراء المتعلقة بالمتغيرات الكمية أي على المستوى الفتري (Interval) أو النسبي (Ratio) – وذلك في حالة عدم توفر الشروط والإفتراضات الأخرى اللازمة للأساليب المعلمية .

٤ – حالات الإستقراء التي لا تتعلق صراحة بمعالم المجتمع (Parameters) كالإختبارات العشوائية (Randomness) والقيم المتطرفة (Qutliers) والإتجاهات (Trends) وشكل التوزيع .

٥ – الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً جداً ، ستة وحدات فأقل مثلاً .

ثانياً : الحالات التي يتوفر لها أساليب معلمية :

ورغم ذلك نلجأ إليها

١- بساطة البناء النظري للإختبارات اللامعلمية ، وسهولة الحصول على توزيع العدم الحقيقي (Exact Null Distribution) .

٢- الأساليب اللامعلمية أكثر سهولة وبساطة وسرعة وأقل تكلفة من الأساليب المعلمية ، في معظم الحالات .

٣ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية فإن نتائجها تكون أكثر ثباتاً أو أقل حساسية (Sensitive) من الأساليب المعلمية - إزاء التغيرات في الظروف المحيطة أو الإفتراضات التي يعتمد عليها .

٤ - نظراً لقلة الإفتراضات في الأساليب اللامعلمية - فإن - إحتمال إستخدامها بصورة خاطئة يكون أقل منه في حالة إستخدام الأساليب المعلمية .

٥ - يمكن تعويض النقص في كفاءة الأساليب اللامعلمية بزيادة حجم العينة . وهناك كثير من الإختبارات لها كفاءة كبيرة وتكاد تساوي الإختبارات المعلمية . وبصفة خاصة ، فإن كفاءة الإختبارات اللامعلمية بالنسبة إلى المعلمية عالية في حالة العينات الصغيرة ، عندما يكون حجم العينة أصغر من عشر وحدات مثلاً . هذا وأن كانت الكفاءة النسبية تقل بزيادة حجم العينة فإنه من الناحية الأخرى فإن الكفاءة النسبية لا تصبح عاملاً هاماً في العينات الكبيرة .

٢٤-١-٤ التصنيف حسب الخواص المستهدفة

تختلف أساليب الإستقراء حسب الخواص المستهدفة من الدراسة والبحث ، ومن ذلك : شكل التوزيع ، المتوسطات ، النسب ، التشتت ، الإرتباط ، التقدير ، ... إلخ . نعرض الشائع منها فى هذا الفصل .

٢٤-٣ الإستقراء حول التوزيع

الإختبارات الإحصائية **حول التوزيع الإحتمالى** تعد من الإختبارات اللامعلميه Nonparametric ، و عموما يتم تقسيمها إلى المجموعات التالية ، وهى تشكل أهدافا أساسية فى البحث العلمى :

١ - **شكل التوزيع** ، وتشمل مجموعة من الإختبارات عن شكل توزيع المجتمع ، وتسمى عادة إختبارات جودة التوفيق .

٢ - **مقارنة توزيعان** ، لإختبار التماثل بين توزيعي مجتمعين .

٣ - **مقارنة عدة توزيعات** ، لإختبار التماثل بين التوزيع لعدة مجتمعات (ثلاث فأكثر) .

ونعرض كنموذج أحد [1] الإختبارات الشائعة عن جودة التوفيق

٢٤-٢-١أهمية إختبارات جودة التوفيق Goodness of fit

الغرض من هذه الإختبارات هو الوصول إلى تقرير عن طبيعة التوزيع الإحتمالي لمجتمع إستناداً إلى مجموعة من المشاهدات من عينة عشوائية .

إن معرفة شكل التوزيع الإحتمالي للمجتمع محل الدراسة يعد من الأمور الهامة عند إجراء التحليل الإحصائي أو الرياضي ، وتبدو أهمية ذلك على الأخص فيما يلي .

---

[1] مزيد من الإختبارات فى كتاب الإحصاء والإستقراء ، الجزء الثالث ، للمؤلف

١ – الأساليب البارا مترية للإستقراء ، سواء كان ذلك في تقدير معالم المجتمع أو إختبارات الفروض – تعتمد على إفتراضات منها شكل التوزيع ، كإفتراض أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي مثلاً .

٢ – النماذج الرياضية المعقدة ، خاصة التي تحوي عدد كبير من المتغيرات ، يصبح من الممكن تبسيطها والتعامل معها في حالة معرفة شكل التوزيع للمتغيرات كلها أو بعضها مثال ذلك نماذج صفوف الإنتظار Queueing models حيث يشترط بعضها أن يكون وقت أداء الخدمة يتبع التوزيع الأسي Exponenfial .

٣ – إن معرفة شكل التوزيع يؤدي إلى سهولة الحصول على المعلومات عن الظاهرة أو المتغير كالمعلومات المتعلقة بالإحتمالات وخواص الظاهرة كالمتوسط الحسابي والتشتت وغيرها – كما يمكن إستخدام الجداول الإحصائية المتاحة عن التوزيعات الإحتمالية ، مما يمكن من الحصول على المعلومات بمجرد النظر إلى هذه الجداول .

- إن الحالة المثالية تتطلب أن يكون شكل التوزيع المفترض للمجتمع محدداً بصورة كاملة ، شاملة لكا معالمه ؛ وخلاف ذلك نلجأ إلى تقدير المعالم غير المحددة من بيانات العينة .

  وعلى أي حال فإن الفرض البديل يكون غير معين[١] ، ويقضي بأن توزيع المجتمع لا يتبع التوزيع المفترض . وعلى ذلك فإن رفض فرض العدم لا يعطينا أي معلومات عن شكل توزيع المجتمع ، خلاف أنه ليس التوزيع المفترض والمرفوض .

---

[١] راجع القسم ٢٣-١

- إن إختبارات جودة التوفيق تكون مفيدة عندما يحصل الباحث على تأييد إحصائي لتوزيعه المفترض وذلك بقبول فرض العدم[4] .

٢٤-٢-٢ إختبار كا٢

يعد أقدم إختبار لجودة التوفيق.قدمه العالم بيرسون Peaorson عام ١٩٠٠ .

الإفتراضات:عينة عشوائية لمتغيرفى جدول تكرارى، مستوى قياسه إسمي .

الفرض : ف . : ح(س) = ح*(س) ؛ ف١ : ح(س) ≠ ح*(س)

الفئات	التكرار المشاهد ك	الاحتمال المفترض ح*	التكرار المتوقع ك- = ن ح*	ك٢/ ك-
١ ٢ م	ك١ ك٢ كم			
	ن			

ح* = الإحتمال المفترض للفئة المناظرة .

ك- = ن ح* (٢٤-١)

إحصاء الإختبار :

ص = مجـ (ك - ك-)٢ / ك- (٢٤-٢)

= مجـ ك٢ / ك- - ن (٢٤-٣)

[4] راجع القسم ٢٣-٦

وفي حالة التوزيع المنتظم تكون ك رقم ثابت وتصبح الصيغة .

$$ص = \frac{1}{\bar{ك}} مج ك^{2} - ن \qquad (24-4)$$

توزيع المعاينة :

إن التوزيع الحقيقي للإحصاء ص يصعب التعامل معه ، ويستخدم كتقريب له في حالة العينات الكبيرة توزيع كا٢ بدرجات حرية م − ١ .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية مــ إذا كان .

$ص > كا^{2}_{م-1} \ (1 - مــ)$

وخلاف ذلك نقبل الفرض

ملاحظات :

١ − إذا كان التوزيع المفترض غير محدد تماماً − نلجأ إلى تقدير المعالم من بيانات العينة . وفي هذه الحالة فإن درجات الحرية تنقص بقدر **عدد المعالم المقدرة (وليكن ل)** لتصبح درجات الحرية م − ١ − ل .

٢ − إذا كانت بعض **التكرارات المتوقعة صغيرة** (أصغر من ٥ ، حسب رأي البعض) يفضل إدماج الفئات مع بعضها وذلك حتى لا يبعد توزيع كا٢ عن التوزيع الحقيقي للإحصاء خاصة في الحالات التي يكون فيها عدد التكرارات المتوقعة الصغيرة ، كبيراً .

تطبيق (٢٤-١)

الجدول التالي يعرض ٢٠٠ أسرة عدد أطفالها خمس ، وقد تم إختيارها

عشوائياً ويوضح الجدول عدد الأولاد الذكور . هل يتفق ذلك مع نظرية علماء الوراثة والتي تقضي أن هناك إحتمال متساو لأن يكون المولود ذكراً أو أنثى وأن جنيس المولود مستقلاً عن أي مولود آخر .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الأسر	٦	٣٦	٥٨	٦٦	٢٥	٩

الحل :

فرض العدم والمطلوب إختباره ، يمكن صياغته ليكون : عدد الذكور في الأسرة يتبع توزيع ذي الحدين بإحتمال قدره ١ / ٢ .

عدد الأولاد س	عدد الأسر ك	الاحتمال ح* (س)	التكرار المتوقع ك- = ن ح*	ك٢ / ك-
٠	٦	٢٢/١	٦،٢٥	٥،٧٦٠
١	٣٦	٣٢/٥	٣١،٢٥	٤١،٤٧
٢	٥٨	٣٢/١٠	٦٢،٥٠	٥٢,٨٢
٣	٦٦	٣٢/١٠	٦٢،٢٥	٦٩,٦٩
٤	٢٥	٣٢/٥	٣١،٢٥	٦
٥	٩	٣٢/١	١،٢٥	٢٠،٠٠
	٢٠٠	١	٢٠٠	٢٠٣،٧

$$ح^{*}(س) = \binom{ن}{س} ق^{س} ك^{ن-س} = \binom{٥}{س} (١/٢)^{٥}$$

$$ص = مجـ \frac{ك٢}{ك-} - ن = ٢٠٣،٧١٢ - ٢٠٠ = ٣،٧١٢$$

كا٢م-١(٠,٩٥) = كا$^{٢}_{٥}$ (٠,٩٥) = ١١,٠٧
لا يوجد مبرر لرفض فرض العدم .

تطبيق (٢٤-٢)
من أحد الجداول العشوائية تم سحب عينة من ٥٠ رقم ذو حدين وفيما يلي بيان بها ، والمطلوب بيان ما إذا كانت هذه العينة عشوائية .

٣٣	٩٢	٩٦	٨٨	٥١	٧٧	٩٩	٧٣	٢٩	٢٥
٦١	١٥	٣٩	٩٠	٨٥	٣٤	٣٥	٠٧	٧٤	٥٩
٤٣	٩٧	٤٦	١٠	٤٨	٩٣	٥٢	٨١	٥٥	٦٠
٦٣	٣٦	٧١	٩٥	٦٨	٧٠	٣٨	١٢	٧٦	٣٠
١٨	١٦	٦٦	٢٣	٢١	٠٣	٥٤	٣١	١٤	٣١

الحل	ك	ك٢
٠ – ٩	٢	٤
١٩-٠١	٦	٣٦
٢٩-٢٠	٤	١٦
٢٩-٣٠	٩	٨١
٤٩-٤٠	٣	٩
٥٩-٥٠	٥	٢٥
٦٩-٦٠	٥	٢٥
٧٩-٧٠	٦	٣٦
٨٩-٨٠	٣	٩
٩٩-٩٠	٧	٤٩
	٥٠	٢٩٠

ص = مجـ ك٢ / ك- - ن = ٢٩٠ / ٥ - ٥٠ = ٨
كا٢م-١(١- مـ) = كا$^{٢}_{٩}$ (٠,٩٥) = ١٦,٩
إذن لا يوجد ما يبرر رفض الفرض بأن العينة العشوائية .

تطبيق (٢٤ -٣)

البيانات التالية تمثل درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة تم إختيارها عشوائياً ، والمطلوب إختبار ما إذا كانت هذه الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

٤٣	٥٧	٣١	٧٣	٦٤
٦١	٥٤	٢٩	٤٤	٧٧
٥٨	٦٥	٨١	٦١	٢٤
٣٦	٦٢	٣٢	٥٦	٤٠
٥٨	٤٣	٢٣	٦٦	٥٨
٢٧	٧٤	٩٣	٣٧	٨٧
٣٣	٥٤	٦٨	٤٨	٤٢
٣٣	٥٤	٦٨	٥٧	٣٥
٢٣	٧٥	٨٩	٥٩	٧٠
٣٣	٤٨	٥٨	٩٧	٣٠

الحل :

التوزيع الطبيعي له معلمتان المتوسط والتباين ، وهما غير محددتان فى الفرض ، ويلزم تقديرهما .

ويمكن عرض الخطوات كما يلي :

١ - تبويب البيانات في فئات :

للتسهيل يمكن التقسيم إلى أربع فئات متساوية كما يلي :

ك	الدرجات
١٢	٢٠-٤٠
١٨	٤٠-٦٠
١٥	٦٠-٨٠
٥	٨٠-١٠٠
٥٠	

٢ - نقدر معالم المجتمع : المتوسط س- والتباين σ ٢ .
وذلك بإستخدام متوسط وتباين ، العينة س ، عــ٢

الدرجات	ك	س	س ك	س٢ك
٢٠-٤٠	١٢	٣٠	٣٦٠	١٠٨٠٠
٤٠-٦٠	١٨	٥٠	٩٠٠	٤٥٠٠٠
٦٠-٨٠	١٥	٧٠	١٠٥٠	٧٣٥٠٠
٨٠-١٠٠	٥	٩٠	٤٥٠	٤٠٥٠٠
	٥٠		٢٧٦٠	١٦٩٨٠٠

س- = مجـ س ك / ن = ٢٧٦٠ / ٥٠ = ٥٥،٢

عــ٢ = (١/ن-١) [مجــ س٢ ك - (مج س ك)٢ / ن]
= ١ / ٤٩ [١٦٩٨٠٠ - (٢٧٦٠)٢ / ٥٠] = ٣٥٦,٠٨٢
عــ = √ ٣٥٦,٠٨٢ = ١٨,٨٧

٣ - حساب التكرارات المتوقعة

بإستخدام القيم المقدرة للمعالم س- ، عــ نقوم بحساب التكرارات المتوقعة في كل فئة بالجدول التكراري ، وكذا للقيم المتطرفة .

الدرجات	الحدالأعلى للفئة	سَ	ح* (س/)	ح*	ك
<٢٠	٢٠	-١،٨٦٥	٠،٠٣	٠،٠٣	١،٥
٢٠-٤٠	٤٠	-٠،٨٠٦	٠،٢١	٠،١٨	٩،٠
٤٠-٦٠	٦٠	٠،٢٥٤	٠،٦٠	٠،٣٩	١٩،٥
٦٠-٨٠	٨٠	١،٣١٤	٠،٩١	٠،٣١	١٥،٥
٨٠-١٠٠	١٠٠	٢،٣٧٤	٠،٩٩	٠،٠٨	٤،٠
≥ ١٠٠				٠،٠١	٠،٥

سَ = (س - س-) / عــ هى الدرجة المعيارية،والقيمة الأولى كمثال:

$$= \frac{٢٠ - ٥٥,٢}{١٨,٨٧} = - ١,٨٦٥$$

ح* (سَ) هي قيمة الإحتمال المتجمع من جدول التوزيع الطبيعي .
ح* إحتمال أن يقع المتغير فى الفئة المناظرة – ويتم الحصول عليها بالطرح المتتالي من قيم الإحتمال المتجمع .

ك- = ٥٠ ح* ويمثل التكرار المتوقع بالفئة .

٤ – حساب إحصاء الإختبار ص :

إدماج الفئات :
بالنسبة للفئات التي يكون فيها التكرار المتوقع صغيراً يجب إدماجها في الفئات المجاورة لها وبعد ذلك يتم حساب الإحصاء ص .

الفئات	ك	ك-	ك٢/ك-
٤٠>	١٢	١٠,٥	١٣,٧١٤
٤٠-٦٠	١٨	١٩,٥	١٦,٦١٥
٦٠-٨٠	١٥	١٥,٥	١٤,٥١٦
٨٠-١٠٠	٥	٤,٥	٥,٥٥٥
			٥٠,٤٠٠

$$ص = مجـ \frac{ك^{٢}}{ك-} - ن$$

= ٥٠,٤٠٠ – ٥٠ = ٠,٤٠٠ .

$كا^{٢}_{م-١-ل}$ (٠,٩٥)= $كا^{٢}_{٤-١-٢}$ (٠,٩٥)=$كا^{٢}$ ، (٠,٩٥) = ٣,٨٤١

لا يوجد ما يبرر رفض فرض العدم بأن الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي .

٢٤-٣ الاستقراء عن المتوسطات

نعرض في هذا القسم أساليب الأستقراء عن المتوسطات الحسابية . والمتوسطات تعد من أهم المعالم التي تكون دائماً محل إهتمام من الباحثين ، سواء كان ذلك بالنسبة لمتوسط مجتمع معين أو للمقارنة بين المتوسطات لعدة مجتمعات . وسيتم تقسيم هذه الأساليب إلى ثلاثة أقسام ، الأول لأساليب الأستقراء حول متوسط المجتمع ، والثاني أساليب المقارنة بين متوسطين والثالث لأساليب المقارنة بين عدة متوسطات (مجتمعات) . كما نجرى تقسيم آخر داخلي في هذه الأقسام ، حسب الهدف من الاستقراء ، أي إلى أساليب للتقدير وأساليب لاختبارات الفروض .

٢٤-٣-١تقدير متوسط المجتمعEstimation

يعد تقدير متوسط المجتمع من المؤشرات أو الخواص الهامة التي يسعى إليها الباحث في سبيل وصف متغيراته ، مثال ذلك ، متوسط دخل الفرد أو الأسرة أو العامل ، متوسط سعر السلعة ، متوسط إنتاج العامل ، أو الفدان ، أو الآله ، متوسط ساعات العمل ، متوسط سن الزواج ، متوسط وقت أداء عملية إنتاجية أو جراحية ، متوسط وزن سلعة أو قطعة غيار أو متوسط طولها أو قطرها أو أي من أبعادها ، ... الخ .

ويختلف أسلوب تقدير متوسط المجتمع حسب ما إذا كان تباين المجتمع معلوماً أو غير معلوم ، وذلك بسبب اختلاف توزيع المعاينة للاحصاء المستخدم في التقدير . ونعرض فيما يلي كل من هاتين الحالتين .

٢٤-٣-١-١ تقدير المتوسط إذا كان التباين معلوماً

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم ٢٢-٢-٢ ، ونقتصر هنا على إعادة عرض الصيغ المستخدمة في التقدير .

حدى الثقة = $\bar{س} \pm ل\, \sigma_{\bar{س}}$ (٢٤-٥)

علما بأن[1]

$$\sigma^{٢}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{٢}_{س}}{ن} \cdot \frac{(ن - ن)}{(ن - ١)} \qquad (٢٤-٦)$$

في حالة سحب العينة بدون الإرجاع ،

$$\sigma^{٢}_{\bar{س}} = \frac{\sigma^{٢}_{س}}{ن} \qquad (٢٤-٧)$$

في حالة السحب مع الإرجاع

ويمكن إهمال المقدار $\frac{ن - ن}{ن - ١}$ ويسمى تصحيح المجتمع المحدود فى حالة ما إذا كان كسر المعاينة $\frac{ن}{ن}$ > ٠،١ أو إذا كان المجتمع حجمه كبير

---

[1] راجع النظريات الإحصائية بالقسم ٢١-٦-٢

٢٤-٣-١-٢تقدير المتوسط إذا كان التباين غير معلوم

غالباً يكون تباين المجتمع σ^2 غير معلوم ، ولذا فإنه يقدر من العينة باستخدام الصيغة[1] التالية:

$$ع_س^2 = \frac{1}{ن - ١}\left[مجـ س^2 - \frac{(مجـ س)^2}{ن}\right] \qquad (٢٤-٨)$$

ونستخدم $ع_{\bar{س}}$ بدلاً من $\sigma_{\bar{س}}$ في الصيغة(٢٤-٥) (والخاصة بتقدير متوسط المجتمع .

توزيع المعاينة:

تقرر النظريات الإحصائية أنه في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ن من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصاء.

$$ص = \frac{\bar{س} - \bar{\bar{س}}}{ع_{\bar{س}}} \qquad (٢٤-٩)$$

[1] راجع القسم ٢٢-١-٣

يتبع توزيع ت بدرجات حرية[1] ن − ١

ملاحظات :

(١) توجد اختبارات إحصائية لتحديد ما إذا كان التوزيع طبيعياً[2] .

(٢) (يمكن استخدام توزيع ت أيضاً إذا كان توزيع المجتمع قريب من التوزيع الطبيعي ، حيث يكون الأثر من ذلك يمكن إهماله .

(٣)إذا كان حجم العينة كبيراً ، أكبر من ٥٠ مثلاً يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي − ويمكن استخدام هذا الأخير .

(٤) في حالة المجتمعات ذات الألتواء الشديد ، مع حجم عينة صغيرة فإن الإجراءات السابقة لا يصح تطبيقها .

تطبيق (٢٤−٤)

في بحث طبي على أحد المجتمعات − كان وقت تخثر الدم (Clotting time)من المعلومات المطلوب تحديدها .

تم سحب عينة عشوائية من إحدى عشر حالة − وسجلت الأوقات التالية بالدقيقة .

١٠,٩ ٧,٩ ١١,٣ ٩,٤ ١١,٥ ١١,٣

١١,٩ ١٥ ١٢,٧ ١٢,٣ ٨,٦

---

[1] راجع القسم ٢٠−٦

[2] راجع القسم ٢٤−٢

فإذا علم أن وقت تخشقر الدم يتبع التوزيع الطبيعي ، أوجد ٩٥ % فترة ثقة لمتوسط وقت تخثر الدم في كل من الحالات التالية :

(أ) إذا علم أن تباين المجتمع هو ٣,٥ .

(ب) إذا لم يكن التباين معلوماً .

الحل

(ا) حدى الثقة = $\bar{\text{س}} \pm \text{ط}\ \sigma_{\text{س}} / \sqrt{\text{ن}}$

$$= ١١،١٦٤ \pm ١,٩٦ \frac{١،٨٧١}{\sqrt{١١}}$$

$$= ١١,١٦٤ \pm ١,١٠٦$$

حدى الثقة = (١٢,٣ ، ١٠)

(ب) حدى الثقة = $\bar{\text{س}} \pm \text{ت}_{\text{ن}-١}\ \text{ع}_{\text{س}} / \sqrt{\text{ن}}$

$\text{ع}^٢ = ٣,٩٤٧$ ، $\text{ع} = ١,٩٨٧$

$$= ١١،١٦٤ \pm ٢،٢٢٨ \frac{١،٩٨٧}{\sqrt{١١}}$$

حدى الثقة = (١٢,٥ ، ٩,٨)

٢٤-٣-٢ اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع

تعد اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع من الأهداف البحثية الهامة ، وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض :

متوسط إنتاج العامل ٥٦ وحدة في الأسبوع.

متوسط دخل الأسرة الشهري في مجتمع معين أكثر من ألف جنيه.

متوسط وقت عملية جراحية معينة ١٥ دقيقة.

متوسط عدد الحوادث في اليوم أكثر من ٢٥ .

متوسط درجات الطلبة في مجتمع معين أكبر من ٧٥ .

ونعرض فيما يلي مجموعة من الاختبارات كلها موجهة نحو اختبار الفرض بأن متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة .

٢٤-٣-٢-١ الاختبار الطبيعيNormal test

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في القسم ٢٣-٧

٢٤-٣-٢-٢ اختبار تT-test

غالباً يكون تباين المجتمع غير معلوم . وإذا كان حجم العينة كبيراً فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعي . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا نستخدم اختبار ت وهو يشابه الاختبار الطبيعي في كافة خطواته غير أنه يستخدم توزيع ت بدلاً من التوزيع الطبيعي.

الافتراضات:

(١)العينة عشوائية بسيطة.

(٢) العينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . وهذا الافتراض يجب التحقق منه باستخدام اختبار شكل التوزيع[1] ، كاختبار ليليفورز Lilliefors test أو إختبار كا^{٢}

(٣) مستوى القياس فترى

تطبيق (٢٤-٥)

باستخدام بيانات العينة في تطبيق (٢٤-٤) والخاص بوقت تخثر الدم ، وإذا كان التباين غير معلوم ، المطلوب اختبار الفرض:

ف٠ : متوسط وقت تخثر الدم س¯ يساوى عشر دقائق

ف١ : المتوسط لا يساوى عشر دقائق.

وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥

الحل :

بالرجوع للحل بالتطبيق السابق نجد أن:.

س¯ = ١١,١٦٤

ع = ١,٩٨٧

الإحصاء المستخدم كما فى الصيغة ٢٤-٩

ص = (س¯ − س¯) / ع س¯

[1] راجع القسم ٢٤-٢

$$ص = \frac{11,146 - 10}{1,987 / \sqrt{11}} = 1,942$$

وحيث أن هذا الرقم أقل من ت.، (٠,٩٧٥) = ٢,٢٢٨ فإننا لا نرفض فرض العدم.

تطبيق (٢٤-٦)

في أحد المصانع يستغرق إنتاج الوحدة ٣٥ دقيقة ، ولغرض تخفيض وقت الإنتاج تم تدريب بعض العمال ، وقد سجلت أوقات الإنتاج التالية من عينة عشوائية : ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٣٣ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦

فهل يعني ذلك أن التدريب يخفض من وقت الإنتاج ؟

ملحوظة : استخدم مستوى معنوية ١%

ف٠ : س‾ = ٣٥ ف١ : س‾ < ٣٥

س‾ = ٣١ ، ء٢ = ١٣,٥ ، ء = ٣,٦٧

$$ص = \frac{31 - 35}{3,67 / 3} = -3,26$$

ت٨ (.٠١) = - ت٨ (٠,٩٩) = - ٢,٨٩٦

وبذلك نرفض فرض العدم ،ونقبل الفرض البديل ، أي أن وقت الإنتاج ينخفض

بتدريب العمال.

٢٤-٣-٣ مقارنة متوسطين

٢٤-٣-٣-١ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة

حالة البيانات المرتبطة تكون عند وجود علاقة بين العينتين ، أي أن سحب أحداهما لا يكون مستقلاً عن سحب الأخرى ، وبتحديد أكثر يكون ذلك عند وجود علاقة تناظرية One - to - one relationship بين وحدات عينة والوحدات بعينة أخرى . وتسمى هذه الحالة بالمقارنة الزوجية Paired comparison ويمكن تقسيمها إلى نوعين : المجموعات المتناظرة ، مجموعات العينة الواحدة.

(أ) المجموعات المتناظرة Matched groups

ويكون التناظر على مستويات مختلفة يمكن عرضها فيما يلي:

(1) تناظر بسيط Simple matching للأزواج تبعاً للخاصية محل الفحص فمثلاً عند مقارنة كفاءة نوعين من العلاج لمشكلة السمنة ، وبفرض أنه معلوم من دراسات سابقة أو من تجارب استطلاعية أن هذه الكفاءة تعتمد على وزن المريض ، فإن ذلك يتطلب عمل أزواج من المرضى تبعاً لأوزانهم عند بداية التجربة ، مع تخصيص علاج لواحد من الزوج والعلاج الآخر للمريض الثاني ، وذلك بصورة عشوائية.

(2) **التناظر المتماثل** : Symmetrical matching ويبدو ذلك بصورة مكثفة في التطبيقات الحيوية ، فمثلاً عند مقارنة تأثير نوعين من علاج الأمراض الجلدية فإنه يتم تطبيق كل منها على المريض بحيث يكون كل علاج

بجهة مختلفة من جسمه.

(3) **العينات المنشقة** : Split samples وهنا يتم تقسيم كل وحدة من وحدات العينة إلى قسمين ، مثلاً قطع من الخشب ، الورق ، حديد ، مادة كيميائية ، وذلك عند مقارنة طريقة جديدة بطريقة قائمة.

(ب) مجموعات العينة الواحدة Single sample groups

وهنا يتم فحص كل وحدة من وحدات العينة في مناسبتين مختلفتين ، وتبدو في الحالات التالية:

(1) معاملات مختلفة : Different treatments كما في حالة مقارنة نوعين من البنزين على عينة من السيارات لقياس كفاءة كل منها بالنسبة للمسافة المقطوعة . وفي هذا التصميم يلزم الحذر خاصة في التجارب الحيوية بحيث لا تؤثر المعاملة الأولى على نتائج المعامل الثانية.

(2) **طرق مختلفة** : كما في حالة تطبيق طريقتين للاختبار ، شفهي وتحريري مثلاً.

(3) **مشاهدين مختلفين** : Different observers كما في حالة مقارنة نتائج مصححين مستقلين لعينة من التلاميذ ، أو محكمين مختلفين ،

(4) **ظروف مختلفة** : Different occasions قبل وبعد Before and after حدث معين قد يؤثر على وحدات العينة.

إختبار - ت - الزوجي

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين وكما سبق أيضاحه.

الافتراضات :

(1) عينة عشوائية بسيطة.

(2) مستوى القياس فترى.

(3) الفروق $د = س_1 - س_2$ تتبع التوزيع الطبيعي.

(٣) فرض العدم :

$ف_0 : \bar{س}_1 = \bar{س}_2$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{س}_1 \geq \bar{س}_2$ أو $\bar{س}_1 \leq \bar{س}_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) $ف_1 : \bar{س}_1 > \bar{س}_2$

(ب) $ف_1 :: \bar{س}_1 < \bar{س}_2$

(جـ) $ف_1 : \bar{س}_1 \neq \bar{س}_2$

مثل هذه المشاكل يمكن تحويلها إلى فرض يتعلق بعينة واحدة وذلك باستخدام الفروق بين المشاهدات :

$$د = س_1 - س_2 \qquad (٢٤-١٠)$$

ويكون متوسط الفروق في العينة:

$$\bar{د} = \bar{س}_1 - \bar{س}_2 \qquad (٢٤-١١)$$

ومتوسط الفروق في المجتمع :

$$\bar{د} = \bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢} \qquad (١٢-٢٤)$$

وبذلك يمكن كتابة فرض العدم كما يلى :

$$ف_{٠} : \bar{د} = صفر$$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{\bar{د}}{ع_{\bar{د}}} \qquad (١٣-٢٤)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ١ ، حيث $ع_{\bar{د}}$ هو الانحراف المعياري لمتوسط الفروق :

$$ع_{\bar{د}} = \frac{ع_{د}}{\sqrt{ن}} \qquad (١٤-٢٤)$$

واستخدام معامل التصحيح كما سبق إيضاحه في الصيغة (٢١-٣)

قاعدة القرار : بفرض أن مستوى المعنوية (α) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وكما هي موضحة فيما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل ، وذلك تبعاً لتوزيع ت - جدول (٣) بالملحق

الفرض البديل	منطقة الرفض
د > صفر	ص > ت ن -١ (١- م)
د < صفر	ص < - ت ن-١ (١- م)
د ≠ صفر	ص ≥ - ت ن-١ (١- م/٢)
	ص ≤ ت ن-١ (١- م/٢)

تطبيق (٢٤-٧)

في دراسة لتأثير إحدى المعاملات على تخفيض ضغط الدم الانقباضي ، تم القياس قبل وبعد المعاملة لإثنى عشر من المرضى ذوى الضغط المرتفع ، ودونت القياسات بالجدول أدناه والمطلوب اختبار الفرض بأن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم بمستوى معنوية ١%

الحل :

ف٠ : س‾١ = س‾٢ ويكافئ د‾ = صفر

ف١ : س‾١ > س‾٢ ويكافئ د‾ > صفر

نوجد الفرق د وهو القياس قبل المعالجة ناقصاً القياس بعد المعالجة ،

متوسط الفروق د‾ = ٩,٥٨ ، وإنحرافها المعياري ء د = ١١,٢٩

ص = (٩,٥٨ - ٠) / (١١,٢٩ / √١٢) = ٢,٩٤

وبالرجوع لجدول توزيع ت ، جدول (٣)بالملحق نجد أن ت١١ (٠,٩٩)= ٢,٧١٨ وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد ٢,٩٤ أكبر منها تكون النتيجة معنوية ، ونرفض فرض العدم بتساوى ضغط الدم قبل وبعد المعاملة ، ونقبل الفرض

البديل باعتبار أن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم.

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

المريض	قبل (س١)	بعد (س٢)	د = س١ – س٢
١	١٦٤	١٤٥	١٩
٢	١٧٩	١٨٢	٣-
٣	١٩٧	١٩٧	٠
٤	١٧٥	١٥٩	١٦
٥	١٦٥	١٥١	١٤
٦	١٧٢	١٧٤	٢-
٧	١٦٦	١٥٢	١٤
٨	١٨٩	١٥٣	٣٦
٩	١٦٤	١٥٣	١١
١٠	١٥٨	١٥١	٧
١١	١٩٧	١٩٣	٤
١٢	١٨٢	١٨٣	١-
			١١٥

٢٤-٣-٣-٢ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة

نعرض في هذا الفصل مجموعة من الأساليب الإحصائية الموجهة نحو الإستقراء حول متوسطين ، في حالة استقلال البيانات .

الإختبار الطبيعي

يستخدم لإختبار الفرض حول متوسطين :

الإفتراضات

١- مستوى القياس كمي

٢- عينات عشوائية بسيطة

٣- المشاهدات (العينات) مستقلة

٤- تباين المجتمعان معلوم $\sigma^{2}_{س١}$ $\sigma^{2}_{س٢}$

(٣) فرض العدم :

ف٠ : $\bar{س}_{١} = \bar{س}_{٢}$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\bar{س}_{١} \geq \bar{س}_{٢}$ أو $\bar{س}_{١} \leq \bar{س}_{٢}$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

(أ) ف١ : $\bar{س}_{١} > \bar{س}_{٢}$

(ب) ف۱ : $\bar{س}_1 < \bar{س}_2$

(جـ) ف۱ : $\bar{س}_1 \neq \bar{س}_2$

إحصاء الإختبار

$$ص = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sigma_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}} \qquad (١٥-٢٤)$$

حيث :

$$\sigma^2_{\bar{س}_1 - \bar{س}_2} = \sigma^2_1 / ن_1 + \sigma^2_1 / ن_2 \qquad (١٦-٢٤)$$

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار (   ) يتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

قاعدة القرار

القواعد مماثلة لما ورد في القسم ٢٤-٣-٢-١ بشأن الاختبار الطبيعى حول متوسط المجتمع.

تطبيق (٢٤-٨)

في مقارنة لكمية النيكوتين بين نوعين من السجائر تم سحب عينة عشوائية من

٥٠ سيجارة من النوع الأول وعينة ٤٠ سيجارة من النوع الثاني . فإذا علم من الدراسات السابقة أن الإنحراف الميعاري هو ٠,١٢ ، ٠,١٤ للمجتمعين على الترتيب . وقد أظهرت النتائج أن المتوسط بالعينة الأولى هو ٢,٦١ ملليجرام وبالعينة الثانية ٢,٣٨ ملليجرام . والمطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فروق بين نوعي السجاير وذلك مستوى معنوية ١ % . ضد الفرض البديل بأن كمية النيكوتين بالنوع الأول أكبر .

الحل :

ف٠ : س‾١ = س‾٢

ف١ : س‾١ > س‾٢

$$\text{ص} = \frac{2.61 - 2.38}{\sqrt{[0.12^2 / 50 + 0.14^2 / 40]}} = 8.214$$

وحيث أن ط (٠,٩٩) = ٢,٣٣

لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن النيكوتين بالنوع الأول من السجائر أكبر منه في النوع الثاني.

إختبار ت - فيشر

وهو يماثل الإختبار الطبيعي أعلاه في الهدف والفروض وقاعدة القرار . كما

يعتمد على نفس الإفتراضات السابقة غير أن التباين يفترض أنه مشترك في المجتمعين ولكنه غير معلوم كما يفترض أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي .

إحصاء الإختبار :

$$ص = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}} \qquad (١٧-٢٤)$$

$$ع^٢_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = ع^٢ / ن_١ + ع^٢ / ن_٢ \qquad (١٨-٢٤)$$

$$ع^٢ = \frac{ع_١^٢(ن_١ - ١) + ع_٢^٢(ن_٢ - ١)}{ن_١ + ن_٢ - ٢} \qquad (١٩-٢٤)$$

حيث $ع_١^٢$ ، $ع_٢^٢$ هو التباين من العينتان ، حسب الصيغة (١٠-٢٤)

توزيع المعاينة

إحصاء الإختبار ص ( ) يتبع توزيع ت بدرجات حرية $ن_١ + ن_٢ - ٢$

تطبيق (٢٤-٩)

في بحث طبي حيث كان الإهتمام حول الفرق بين أعمار الذكور وأعمار الإناث

عند بدء أعراض مرض سرطان الرئة ، تم سحب عينتين عشوائيتين من مجتمعات تتبع التوزيع الطبيعي ولها تباين متساو ، والمطلوب استخدام البيانات لإختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

العمر بالسنوات عند بدء مرض سرطان الرئة

إناث	٥٨	٥٢	٥٠	٤٩	٥٦	٥٢	٥٤	٤٨	٤١	٣٧	٦٧	٧٠	
نكور	٢٦	٤١	٥٧	٦٦	٣٦	٥٥	٤١	٦١	٥٣	٥٠	٥٢	٣٧	٥٠

الحل :

متوسط العينات : الإناث س-١ = ٥٢,٨٣ ،الذكور س-٢ = ٤٨,٠٨

تباين العينات : $ع_1^2$ = ٨٨,٣٣ ، $ع_2^2$ = ١٢٦,٥٨

$$ع^{2} = \frac{\text{٨٨,٣٣}(\text{١١}) + \text{١٢٦,٥٨}(\text{١٢})}{\text{١٢}+\text{١٣}-\text{٢}} = \text{١٠٨,٢٩}$$

$$ص = \frac{\text{٥٢,٨٣} - \text{٤٨,٠٨}}{\text{١٠,٤٠٦}\sqrt{[\text{١}/\text{١٢} + \text{١}/\text{١٣}]}} = \text{١,١٤}$$

$ت_{ن_1+ن_2-2}$ (٠,٩٧٥) = $ت_{23}$ (٠,٩٧٥) = ٢,٠٦٩

لذا لا نرفض فرض تساوي المتوسطات .

٢٤-٣-٤ مقارنة عدة متوسطات :

٢٤-٣-٤-١ الأهمية

فيما سبق تم عرض بعض الأساليب لمقارنة متوسطين ، ونعرض هنا حالة مقارنة عدة متوسطات ،وهو موضوع على درجة كبيرة من الأهمية فى البحث العلمى بصفة عامة وفى تصميم وتحليل التجارب بصفة خاصة . مثال ذلك : مقارنة طرق الإنتاج المختلفة ، مقارنة أنواع مختلفة من الأسمدة أو التقاوي ، مقارنة طرق مختلفة للعلاج ، مقارنة طرق التدريس والتدريب ، ... إلخ.

وقد يعتقد البعض أن الطرق السابقة والخاصة بمقارنة متوسطين ، يمكن تطبيقها هنا على أساس إجراء عدة مقارنات ، تجرى في كل مرة بين طريقتين ، غير أن ذلك لا يعد عملاً مقبولاً للعديد من الإعتبارات نذكر أهمها :

١ عدد الإختبارات المطلوبة يزيد بدرجه كبيرة مع زيادة عدد المتوسطات المطلوب مقارنتها ، فإذا كان عدد المتوسطات ن تكون عدد المقارنات المطلوبة ٢/١ ن (ن - ١) فإذا كانت عدد الطرق عشرة مثلاً فإن ذلك يتطلب ٤٥ إختباراً .

٢ إن إجراء الإختبار بين حالتين وترك الحالات الأخرى - يعنى ترك معلومات إضافية متاحة عن المجتمع وضياع فرض الحصول على تقرير أفضل لتباين المجتمع.

٣ الإعتماد على طرق المقارنة بين متوسطين لا يمكن من إعطاء وتفسيرات صحيحة للنتائج - ذلك أن ظهور بعض المقارنات معنوية لا يعطينا مبرراً كافياً لرفض فرض العدم ، إذ أنه مع كثرة عدد المقارنات كما أوضحنا في (١) فإن ظهور مجموعة منها معنوية ، لا يعد شيئاً مستغرباً .

٤ أحياناً تتطلب التجارب المتعددة المجموعات وجود عدد كبير من المتغيرات يتم تداولها في آن واحد .

٢٤-٣-٤-٢ مفاهيم تجريبية :

ونعرض فيما يلي – طبيعة التجارب مع توضيح بعض المفاهيم والمصطلحات المستخدمة .

إن التجارب على إختلاف أنواعها تهدف إلى وصف العلاقة بين المتغيرات وفي حالتها البسيطة نواجه بمتغيرين ، مثال ذلك تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب .(**المتغير المستقل** Independent ويسمى أيضاً عامل Factor) . وأثر هذه الطرق على إنتاج العامل (**المتغير التابع** : dependent) وطرق التدريب الثلاث ولتكن أ ، ب ، جـ ، تسمى **معاملات Treatmcnts** والمعاملات تشير إلى مجموعة من الظروف التجريبية مجال التطبيق على وحدات التجربة ، أي هى المؤثرات المطلوب قياس تأثيرها .

وأحيانا يدخل الباحث **معامله ضابطة Control** بإعتبارها معياراً يتخذ أساساً لمقارنة تأثير المعاملات الأخرى ويتم تطبيق كل من المعاملات على مجموعة من العمال يطلق عليها وحدات التجربة . وتعرف **وحدة التجربة Experimental unit** على أنها أصغر مجموعة من مواد (التجربة (العمال) يطبق عليها المعاملة ، فقد تكون قطعة أرض تضم العديد من النباتات تطبق عليها معاملة واحدة وقد تكون نبات معين كما قد تكون ورقة من نبات كما يحدث في تجارب أمراض النبات . ومن المفاهيم الشائعة في تصميم التجارب – **الخطأ التجريبي** Experimental error ويعرف على أنه مقياس للإختلافات التي توجد بين مشاهدات سجلت من وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة .

وتنقسم التصميمات التجريبية وبالتالي النماذج والأساليب الإحصائية المناظرة لتحليلها إلى عدد كبير يتوقف على العديد من العوامل نذكر أهمها :

١ عدد المتغيرات المستقلة

٢ العينات مستقلة أو مرتبطة.

٣ مستوى القياس للمتغير التابع : فتري أو ترتيبي.

-٤ عدد المتغايرات . Covariates **المتغاير** هو متغير مرافق أي مصاحب للمتغير التابع - ويستخدم لتخليصه من بعض الإختلافات غير المرغوبة.

وفيما يلى نعرض كنموذج إحدى التصميمات التجريبية الشائعة والإختبارات الإحصائية المناظرة لها . ونبدأ بعرض أسلوب تحليل التباين والذى يعد الأساس فى تحليل كافة النماذج التجريبية .

٢٤-٣-٤-٣ تحليل التباينANOVA

إن الإختبارات والمقارنات بين عدة مجموعات تختلف تبعاً لتصميم التجربة والنموذج الإحصائي المستخدم في التحليل ، ولكنها تعتمد جميعها على فكره وأسلوب تحليل التباين (Analysis of variance (ANOVA الذي قدمه عالم الإحصاء فيشر Fisher عام ١٩٢٣ وهو أسلوب يتم فيه تقسيم التباين(*) المشاهد في البيانات التي نحصل عليها من التجربة أو المسح إلى أجزاء مختلفة كل منها يمكن إرجاعه إلى مصدر (سبب أو عامل) معلوم ، وبذلك يمكن تقييم المقدار النسبي للتباين الناتج من كل مصدر ثم تقدير ما إذا كان ذلك معنوياً أم لا.

الأفتراضات :

١- المشاهدات عشوائة

٢- توزيع المتغير التابع في المجتمع التي تسحب منه العينات يتبع التوزيع الطبيعي.

٣- التباينات في المجتمعات التي تسحب منها العينات متساوية.

٤- تأثير العوامل المختلفة تجميعي. additive

ويتميز أسلوب تحليل التباين بأنه في حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي وشرط تجانس التباينات - بدرجة ليست كبيرة فإن ذلك لا يؤثر كثيراعلى الإستقراءات Inferences التي تحصل عليها.

وعلى أي حال فإن التحقق من توافر الشروط المطلوبه يتم عن طريق اختبارات إحصائية [1].

٢٤-٣-٤-٤ التصميم كامل العشوائية

يستخدم التصميم كامل العشوائية Completey Randomized Design (CRS) للمقارنة بين المجموعات في حالة كون البيانات مستقلة.

وفي هذا التصميم يتم توزيع المعاملات بصورة كاملة عشوائياً على الوحدات التجريبية أو العكس حيث توزع وحدات التجربة جميعها عشوائياً على المعاملات.

ويتميز هذا التصميم بالمرونة والبساطة ، على أنه لا ينصح بإستخدامه إلا إذا كانت وحدات التجربة متجانسة.

---

[1] راجع الإحصاء والإستقراء،الجزء الثالث ، للمؤلف

ونوضح هنا أن النماذج السابق إستخدامها لمقارنة متوسطين في حالة العينات المستقلةتعد تصميماً كامل العشوائية لمعاملتين . وفي حالة إستخدام تحليل التباين لمقارنة متوسطين فإن النتائج التي تحصل عليها تكون مطابقة لنتائج إختبار ت – فيشر ، والسابق عرضه .

التعشيةRandomization

التعشية ، وتعني توزيع المعالجات عشوائياً على وحدات التجربة ، تعد من الأسس الهامة التي يلزم مراعاتها عند إجراء التجارب بصفة عامة وذلك تحقيقاً للموضوعية وعدم التحيز . وتعد الجداول العشوائية من أهم الوسائل التي يعتمد عليها في هذا الشأن ، ولتوضيح ذلك فيما يتعلق بالتصميم الكامل العشوائية ، نفترض تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب أ ، ب ، جـ وذلك بالتطبيق على مجموعات من العمال أعدادها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ .

١- يخصص لكل وحدة تجريبية (العامل) رقماً ، ولتكن الأرقام بالتسلسل من ١ إلى ١٢ .
٢- تستخرج ١٢ عدداً عشوائياً تقع بين ١ ، ١٢ مع حذف التكرار وتدون حسب ترتيب الحصول عليها .
٣- بفرض أن الأعداد العشوائية التي حصلنا عليها حسب الخطوة السابقة كانت كما يلي :

٨ ،٣ ، ٧، ٦ ،١١، ٩ ، ١ ،١٢ ، ١٠ ،٢ ،٤ ، ٥

تكون المجموعات الثلاث والتي ستطبق عليها المعاملات الثلاثة على الترتيب كما يلي :

المجموعة الأول ٨ ، ٣ ، ٧ يطبق عليها الطريقة أ

المجموعة الثانية ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١ يطبق عليها الطريقة ب

المجموعة الثالثة ١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥ يطبق عليها الطريقة جـ

ملحوظة : عندما يكون عدد وحدات التجربة صغيراً كما في هذا المثال يفضل أن نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً – من ثلاث حدود – ثم نقوم بإعطائها رتب من ١ إلى ١٢ – ثم توزع هذه الأخيرة على المعاملات كما في الخطوة (٣) والتطبيق التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٢٤-١٠)

في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الأسمدة تم تخصيص الأعداد التالية من الحقول على الترتيب ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ .

والمطلوب : توزيع المعاملات على الحقول حسب التصميم كامل العشوائية بإستخدام الجداول العشوائية [11]. لتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ١١ .

الحل :

١- خصص لكل حقل رقماً بالتسلسل ١ ، ٢ ، .... ، ١٦

٢- نستخرج ١٦ عدد عشوائي – من ثلاثة حدود – باستخدام الجداول العشوائية الملحقة ، وهى كما يلي حسب ترتيب ظهورها . الأرقام بين القوسين هى رتبة الرقم .

(٢)٠٤٢	(١٣)٨٦٨	(٦)١٩٥	(٤)١٣٨
(٧)٦٣٦	(٩)٧٨١	(٥)١٦٧	(١٦)٩٨٦
(١٥)٨٩١	(١)٠٣١	(١١)٨٠٤	(١٠)٧٨٩
(١٤)٨٥٩	(٨)٦٥٥	(٣)٠٦٣	(١١)٨٢٨

[11] جدول ١ بالملحق

٣ توزع المعاملات على الحقول حسب الأرقام الموضحة فيما يلي:
المعاملة الأولى : ٢ ، ١٣
المعاملة الثانية : ٦ ، ٤ ، ٧
المعاملة الثالثة : ٩ ، ٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١
المعاملة الرابعة : ١١ ، ١٠ ، ١٤ ، ٨ ، ٣ ، ١٢

تحليل التباين:

البيان التالي يوضح قيم المشاهدات (المتغير التابع) موزعة في مصفوفة ، ومقسمة في مجموعات) (أعمدة) تبعاً للمعاملات وعددها م وكذا الرموز المتعلقة بعدد المشاهدات ومجموعها و المتوسطات الحسابية للمعاملات.

المعاملات

١	٢	٣	ل	٠٠	م
ص١١	ص١٢		ص ل ١	٠	ص م١
ص٢١					
ص١ ر			ص ل ر		
ص ١ ن ١	ص٢ن٢		ص ر ن ر		ص م ن م
———	———		———		———
ن ١	ن ٢		ن ر		ن م
ص١.			ص ر.		ص م.
ص‾ ١.			ص‾ ر.		ص‾ م.

الصفوف الثلاث الأخيرة تمثل على الترتيب :
عدد المشاهدات فى كل معاملة أو معالجة ومجوعها الكلى ن
مجموع قيم المشاهدات ومجموعها الكلى ص..
المتوسط الحسابى لقيم كل معاملة والمتوسط العام ص‾

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية.

جدول تحليل التباين Anova

مصدر التباين	مجموع المربعات مزم	درجات الحرية د ج	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
المعاملات الخطأ	مـــ خـــ	م-١ ن-م	$ع^٢_م$ $ع^٢_خ$	$ع^٢_م / ع^٢_خ$
	ك	ن - ١		

مصدر التباين:

يتم تقسيم الإختلافات (التباين) بين المشاهدات إلى:

١ إختلافات بسبب تأثير المعاملات ، أو بين المعاملات أو بين المجموعات.

٢ إختلافات ترجع إلى الخطأ أو داخل المجموعات.

ك = مجـــ ص٢ - ص٢.. / ن (٢٤-٢٠)

مـــ = مجـــ ص٢ل. / نل - ص٢.. / ن (٢٤-٢١)

خـــ = ك - مـــ (٢٤-٢٢)

$ع^٢_م$ = مـــ / م - ١ (٢٤-٢٣)

$ع^٢_خ$ = خـــ / ن - م (٢٤-٢٤)

متوسط المربعات هو مصطلح يستخدم في تحليل التباين ، وهو تباين العينة ويتم

الحصول على تقديرات مختلفة للتباين :

١- ع٢مـ ويعد تقديراً للتباين بسبب التأثير المنتظم للمتغير المستقل (المعاملات) بالإضافة إلى خطأ المعاينة .

٢- ع٢خـ ويعد تقديراً للتباين بسبب التغيرات الغير منتظمة داخل المعاملات .

إحصاء الإختبار : ف = ع٢مـ / ع٢خـ (٢٤-٢٥)

في حالة عدم وجود تأثير للمتغير المستقل فإن التباين في البسط يكون راجعاً فقط إلى خطأ المعاينة ، ويتساوى تقريباً البسط والمقام وتكون النسبة ف = ١ تقريباً . ولكن في حالة وجود تأثير للمتغير المستقل فإن الفروق بين المتوسطات تتزايد وبالتالي يزيد التباين في البسط عن التباين في المقام وتكون النسبة ف أكبر من ١ وعلى ذلك يعد الإحصاء ف أساساً لإختبار فرض وجود تأثير للمتغير المستقل .

والنسبة ف تتبع توزيع ف بدرجات حرية (م - ١) ، (ن - م)

٢٤-٣-٤-٥ المقارنات المتعددة

في حالة ظهور قيمة معنوية للإحصاء ف ورفض فرض العدم فإن ذلك يعني فقط أن المجتمعات يحتمل أن تكون متوسطاتها غير متساوية ولا يشير ذلك إلى مكان وجود الفروق ومقاديرها ولا ترتيبها النسبي . ويتطلب الأمر إجراء مقارنات بين كل مجموعة والمجموعات الأخرى ، وتوجد عدة طرق في هذا الشأن نعرض منها طريقة أصغر فرق معنوي (أ ف م Least (Significant difference (LSD)وقد قدمها العالم فيشر . وهى تستخدم بعد رفض فرض العدم ، وتقضى بوجود إختلاف بين متوسطي

المجتمعين ١ ، ٢ (مثلاً) بمستوى معنوية مـــ في حالة ما إذا كان :

$$|\bar{\text{ص}}_{1} - \bar{\text{ص}}_{2}| > \text{أ ف م} \qquad (٢٤-٢٦)$$

$$\text{أ ف م} = \text{ت}_{\text{ن}-\text{م}\,(1-\text{م}/2)} \sqrt{\text{ء}^{2}_{\text{خ}} \left[\frac{1}{\text{ن}_{1}} + \frac{1}{\text{ن}_{2}} \right]} \qquad (٢٤-٢٧)$$

تطبيق (٢٤-١١)

في تجربة لمقارنة ثلاث طرق لتدريب العمال وبيان أثر ذلك على الإنتاج تم توزيع العمال في ثلاث مجموعات ، وفيما يلي بيان بإنتاجهم بعد التدريب .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة ج
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣

بمستوى معنوية ٥ % المطلوب :

أ - إختبار معنوية الفروق في الإنتاج بين طرق التدريب المختلفة .

ب - إختبار معنوية الفروق بين كل طريقة وأخرى .

الحل

	أ	ب	ج	كلى
المجموع	٢٠	١٦	١٢	٤٨
المتوسط الحسابى	٥	٤	٣	٤

مجـــ ص٢ = ٤^{٢} + ٦^{٢}+ .... + ٣^{٢}= ٢٠٦

ك = ٢٠٦ - (٤٨)^{٢}/١٢ = ٢٠٦ - ١٩٢ = ١٤

مـــ = ٢٠^{٢}/٤ + ١٦^{٢}/٤ + ١٢^{٢}/٤

ـــ ٤٨^{٢}/ ١٢ = ٢٠٠ ـــ ١٩٢ =٨

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
طرق التدريب	٨	٢	٤	٦
الخطأ التجريبى	٦	٩	٣/٢	
	١٤	١١		

ف$_{٢،٩}$ (٠,٩٥) =٤,٢١

إذن يوجد فرق معنوى

المقارنات المتعددة:

أ ف م = ت$_{٩}$ (٠،٩٧٥) √ [٣/٢ (١/٤ + ١/٤)

= ٢,٢٦٢ × ٠,٨١٦ × ٠,٧٠٧

= ١,٣٠٦

وفيما يلي بيان بالمقارنات بين متوسطات الإنتاج في الطرق المختلفة :

متوسط المعاملة	أ	ب	ج
	٥	٤	٣
أ ٥	٠	١	٢*
ب ٤		٠	١

أي أن هناك فرق معنوي فقط بين الطريقتين أ ، جـ .

٤-٣٤ أساليب أخرى[13]

توجد أساليب أخرى متعددة تتعلق بالإستقراء حول النسب والمعدلات والتباين والإنحراف المعيارى ومعاملات الإرتباط و معاملات الإنحدار والعشوائية والقيم المتطرفة و.....

12 راجع الإحصاء والإستقراء ، ج٣ ، أساليب الإستقراء ، للمؤلف

الباب الثامن

صنع القرارات

تعد وظيفة صنع القرارات أحدث وظائف علم الإحصاء وتتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ، .....) يراد تحقيقة وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقى . ويجب ملاحظة أن صنع القرار يتميز عن صنع القرارات ، السابق عرضها كما فى حالة التقدير وإختبارات الفروض وغيرها ، حيث يوجدهدف يراد تحقيقه . نعرض هنا إطار مختصر لهذه الوظيفة ، حيث تعد خارج نطاق مستوى الكتاب .

إن عملية صنع القرار تستلزم تحديد النموذج الملائم والعناصر التى يلزم توفيرها وهى :

١ هدف محدد أوعدة أهداف وغالبا ما يكون هدف إقتصادى (وقد يكون هناك أهداف أخرى لمراعاة الإعتبارات الإجتماعية والنفسية والسياسية)
٢ بيان بكل البدائل (الأنشطة) المتاحة
٣ العائد outcome المتعلق بكل نشاط
٤ الإحتمال المتعلق بكل عائد
٥ تقييم للنتائج المتعلقة بكل تشكيلة (خطة) من البدائل وعوائدها
٦ القيود المفروضة على الحل (ا لطاقة الإنتاجية ، التسويقية ، التخزينية ، العمالة ،....)
٧ العلاقة بين القيود والأنشطة
٨ قاعدة لإتخاذ القرار الأمثل criterion for decision
٩ أسلوب لتقييم كل البدائل وفقا لقاعدة القرار

الفصل الخامس والعشرون

نماذج صنع القرارات

نماذج صنع القرار يتم تقسيمها إلى أربعة مجموعات رئيسية :

(ا) نماذج التأكد certainty ، وفيها تتوفر عائد واحد لكل خطة بديلة
والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر عائد ممكن

(ب) نماذج المخاطرة Risk أو النماذج العشوائية Stochastic أو الإحتمالية
وفيها يمكن الحصول على عدة عوائد مختلفة للخطة ، ولكن يمكن
وصفها بتوزيع إحتمالى
والحل الأمثل هو الذى يحقق أكبر قيمة متوقعة للعائد

(ج) نماذج عدم التأكد Uncertainty
العائد من الخطة يكون غير معلوم ، ولايمكن وصفة بتوزيع إحتمالى
وفى هذة النماذج توجد عدة قواعد لإتخاذ القرار ، أهمها :

١ قاعدة التفاؤل Optimism أو أكبر الأكبر Maximax (١٩٥١ Hurwicz,L.)

٢ قاعدةالتشاؤم Pessimism أو أكبر الأقل Maximin (١٩٤٥ Wald,A.)

٣ قاعدة الأسف Minimax Regret (١٩٥١ Savage L.) . ويقصد

بالأسف هنا تكلفة الفرصة بمعنى التكلفة التى يتحملها صانع القرار بسبب عدم تمكنة من إختيار أفضل فرصة ، بسبب عدم معرفتة بحالة الطبيعة

٤ قاعدة لابلاس : فى حالة الجهل التام بإحتمالات الأحداث ، يفترض تساوى إحتمالات هذه الأحداث ، وبذلك تتحول المشكلة إلى نموذج المخاطرة .

(د) نماذج المنافسة Competition

وفيها يواجة صانع القرار بمنافس يعلم سياساتة و يتصرف ضده بحكمة .

هذه النماذج إلــى تنتمــــى نظرية المباريات Games Theory .

فى بعــض نماذج المباريات تستخدم قاعدةالتشاؤم Pessimism وفى بعض النماذج الأخرى تستخدم إستراتيجية الخلط Mixed Strategy

النماذج والأساليب الشائعة

- إن صنع القرارات عملية يهتم بها عدة تخصصات ، كلها تتبع علم الرياضيات ــ وهذة التخصصات هى :

(١) نظرية القرارات الإحصائية Statistical decision theory

(٢) نظرية القرارات Decision theory

(٣) بحوث العمليات Ooerations Research

ويمكن إعتبار نظرية القرارات ــ والتى تعد إمتدادالنظرية القرارات الإحصائية ــ تختص بالنظريات والمبادئ أى منطق صنع القرارات . أما بحوث العمليات فهى تحوى النماذج والأساليب التى تستخدم فعلا فى صنع القرارات .أى أنها تعد منفذا لمنطق نظرية القرارات .

••••••••

المراجع العربية

مصطفى زايد(١٩٨٩) ، الإحصاء ووصف البيانات ، المؤسسة العصرية للنشر والترجمة ، الجيزة .

مصطفى زايد (١٩٩٠)، الإحصاء والإستقراء ج١ أسس الإستقراء ، مطبعة هجر ، الجيزة .

مصطفى زايد(١٩٩١) ، الإحصـــاء والإستقراء ج٢ ، منطـق الإستقراء ، المؤسســة العصريـة للنشر والترجمة ، الجيزة .

مصطفى زايد(١٩٩٢) ، الإحصاء والإستقراء ج٣ ، أساليب الإستقراء ، المؤسسة العصرية للنشر والترجمة ، الجيزة .

المراجع الأجنبية

Barnett, V. (1982)،Comparative statistical inference, Johin wiley & Sons, chichester, New york.

Blalock, H.M. (1979), Social Statistical, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

Dixon, W. J. and Massey, F. J. (1983), Introduction to statistical analysis, Mcgraw - hill book co., Auckland, London, Tokyo.

Guenther, W. C. (1973), Concepts of statistical inference, Mcgraw - hill book Co., New york.

Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978), Fundamental Statistics in Psychology and Education, Mc Graw-Hill Kogakush, Ltd., Tokyo.

Harshbarger, T. R. (1977), Introductory statistics, A Decision map, Macmillan publishing co., Inc., New york

Loether,H.J.and McTavish,D.G.(1980),Descriptive and Inferential Statistics : An Introduction ,Allyn and Bacon,Inc,Boston,London,Sydney, Toronto.

Rubin.H.J.(1983) Applied Social Research,Charles E. Merrill Publishing Co.,Columbus,Toronto,London.

ملحق

الجداول الإحصائية

١ أعداد عشوائية

٢ التوزيع الطبيعى المعيارى

٣ توزيع ت

٤ توزيع ف

٥ توزيع كا^{٢}

٦ التوزيع الهيبرجيومترى

٧ توزيع ذى الحدين

٨ توزيع بواسون

جدول (١)

أعداد عشوائية

Random numbers

	(١-٥)	(٦-١٠)	(١١-١٥)	(١٦-٢٠)	(٢١-٢٥)	(٢٦-٣٠)	(٣١-٣٥)	(٣٦-٤٠)	(٤١-٤٥)	(٤٦-٥٠)
(١)	٤٩٤٨٧	٥٢٨٠٢	٢٨٦٦٧	٦٢٠٥٨	٨٧٨٢٢	٦٤٧٠٤	١٨٥١٩	١٧٨٨٩	٤٥٨٦٩	١٤٤٥٤
(٢)	٢٩٤٨٠	٩١٥٣٩	٤٦٣١٧	٨٤٨٠٣	٨٦٠٥٦	٦٢٨١٢	٣٣٥٨٤	٧٠٣٩١	٧٧٧٤٩	٦٤٩٠٦
(٣)	٢٥٢٥٢	٩٧٧٣٨	٢٣٩٠١	١١١٠٦	٨٦٨٦٤	٥٥٨٠٨	٢٢٥٥٧	٢٣٢١٤	١٥٠٢١	٥٤٢٦٨
(٤)	٠٢٤٣١	٤٧١٩٣	٩٦٦٦٠	١٩٦٢٠	٢٩١٨٨	٠٥٨٦٣	٩٢٩٠٠	٠٦٨٣٦	٩٣٤٣٣	٢١٧٠٩
(٥)	٩٩٤١٤	٨٩٢٥٣	٧٠٧٢٤	٦٧٨٩٣	٢٢٢١٨	٧٢٤٥٢	٠٢٠٩٥	٦٨٣٢٣	١٣٧٥١	٣٧٢٦٠
(٦)	٧٧٢٨٥	٣٥١٧٩	٩٢٠٤٢	٦٧٥٨١	٦٧٦٧٣	٦٨٣٧٤	٧١١١٥	٩٨١٦٦	٤٣٣٥٢	٠٦٤١٤
(٧)	٥٢٨٥٢	١١٤٤٤	٧١٨٦٨	٣٤٥٢٤	٦٩١٢٤	٠٢٧٦٠	٠٦٤٠٦	٩٥٢٢٤	٨٧٩٩٥	٧٨٥٦٠
(٨)	٩٨٧٤٠	٩٨٠٥٤	٣٠١٩٥	١٦٨٩١	١٨٤٥٣	٧٩٤٦٤	٠١١٥٦	٩٥٥٢٢	٠٦٨٨٤	٥٥٠٧٢
(٩)	٨٥٠٢٢	٥٨٧٢٦	١٢١٣٨	٣٥١٤٦	٦٢٠٨٥	٣٦١٧٠	٢٥٤٢٣	٨٠٧٨٧	٩٩٤٦٩	٤٠٥٧٩
(١٠)	١٧٧٧٨	٠٢٨٤٠	٦١٦٣٦	٥٢٢٦٩	٠٨١٤٩	١٩٠٠١	٩٧٣٦٧	١٢١٢٨	٠٢٤٠٠	٨٩٥١٩
(١١)	٨١٨٢٣	٩٣٤٤٩	٥٧٧٨١	٩٤٣٢١	٩٠٩٩٨	٣٧٥٢١	٥٩٦٨٨	٩٣٣٣٩	٣٣٧٧٣	٨٢١٦٧
(١٢)	٩٣٧٨٢	٥٤٩٥٨	٣٣١٦٧	١٠٩٠٩	٤٠٣٤٣	٨١٠٣٣	٦١٥٩٠	٤٤٤٧٤	٣٩٨١٠	١٠٣٠٥
(١٣)	٦٦٨٤٠	٨١٧٤٠	٦٠٩٨٦	١٢٤٩٨	٧١٥٦٢	٤٣٣٧٣	١٣٨١٢	٥٩٠٠٢	٢٧٨٦٤	٢١٨٠٩
(١٤)	٤٣٣٤٣	١٠١٥٣	٢٠٨٩١	٩٠٨٨٣	١٥٧٨٢	٩٨١٦٧	٨٧٦٣٧	٩٩١٦٦	٩٣١٤٣	٨٢٤٤١
(١٥)	٤٥٢٣٦	٠٩١٦٩	٥٣٠٢١	١٢٢٦٠	٠١٢٧٨	١٤٤٠٤	٤٠٩٦٩	٣٣٤١٩	١٤١٨٨	٦٥٥٦٧
(١٦)	٤٠٣٣٨	٤٣٤٧٧	٧٨٨٠٤	٣٦٢٢٢	٧٢٠٥٣	٠٧٩٥٨	٨٧١٥٨	٩٠٩٩٩	٧٩٨٩١	٩٢٤٠٩
(١٧)	٥٤٠٤٠	٧٢٦٥٣	٨٨٧٨٩	٩٨٧٠٣	٥٩٩٩٩	٦٩٥٦٤	٠٠٧٨٩	٦٨٨٧٩	٤٧١٣٤	٨٣٩٤١
(١٨)	٤٩١٨٨	٢٠٩٠٨	٤٤٨٠٩	٢٩٠٨٩	٧٩١٣٠	٥١٤٤٢	٢٤٤٥٣	٩٨٥٩٠	٣٧٣٥٣	٩١١٣٧
(١٩)	٨٠٩٥٨	٠٢٨٠٨	٨٣٦٥٥	١٨٤١٥	٦٩٥٩٣	٤٣٥٨٢	٨٢٢٠٧	٥٣٣٣٣	٣٠٤١٩	٦٤٤٣٥
(٢٠)	٠٣٣٣٦	٠٥٨٧٦	٣٢٠١٣	٥٧٥٧١	٩٤٤٢٤	١٤٦٢٥	٢٠٩١١	٣٣١٩٢	٣٣٥٧٦	٥٢٨٣٩

جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

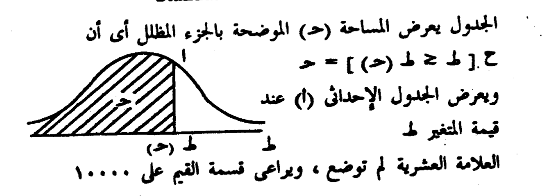
Standard normal distribution

الجدول يعرض المساحة (حـ) الموضحة بالجزء المظلل أى أن

ح [ط ≥ ط (حـ)] = حـ

ويعرض الجدول الإحداثى (أ) عند

قيمة المتغير ط



العلامة العشرية لم توضع ، ويراعى قسمة القيم على ١٠٠٠٠

ط	حـ	أ	ط	حـ	أ
,٠٠	٥٠٠٠	٣٩٨٩	٠,١٦	٥٦٣٦	٣٩٣٩
٠,٠١	٥٠٤٠	٣٩٨٩	٠,١٧	٥٦٧٥	٣٩٣٢
٠,٠٢	٥٠٨٠	٣٩٨٩	٠,١٨	٥٧١٤	٣٩٢٥
٠,٠٣	٥١٢٠	٣٩٨٨	٠,١٩	٥٧٥٣	٣٩١٨
٠,٠٤	٥١٦٠	٣٩٨٦	٠,٢٠	٥٧٩٣	٣٩١٠
٠,٠٥	٥١٩٩	٣٩٨٤	٠,٢١	٥٨٣٢	٣٩٠٢
٠,٠٦	٥٢٣٩	٣٩٨٢	٠,٢٢	٥٨٧١	٣٨٩٤
٠,٠٧	٥٢٧٩	٣٩٨٠	٠,٢٣	٥٩١٠	٣٨٨٥
٠,٠٨	٥٣١٩	٣٩٧٧	٠,٢٤	٥٩٤٨	٣٨٧٦
٠,٠٩	٥٣٥٩	٣٩٧٣	٠,٢٥	٥٩٨٧	٣٨٦٧
٠,١٠	٥٣٩٨	٣٩٧٠	٠,٢٦	٦٠٢٦	٣٨٥٧
٠,١١	٥٤٣٨	٣٩٦٥	٠,٢٧	٦٠٦٤	٣٨٤٧
٠,١٢	٥٤٧٨	٣٩٦١	٠,٢٨	٦١٠٣	٣٨٣٦
٠,١٣	٥٥١٧	٣٩٥٦	٠,٢٩	٦١٤١	٣٨٢٥
٠,١٤	٥٥٥٧	٣٩٥١	٠,٣٠	٦١٧٩	٣٨١٤
٠,١٥	٥٥٩٦	٣٩٤٥	٠,٣١	٦٢١٧	٣٨٠٢

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٣٢	٦٢٥٥	٣٧٩٠	٠,٥٤	٧٠٥٤	٣٤٤٨
٠,٣٣	٦٢٩٣	٣٧٧٨	٠,٥٥	٧٠٨٨	٣٤٢٩
٠,٣٤	٦٣٣١	٣٧٦٥	٠,٥٦	٧١٢٣	٣٤١٠
٠,٣٥	٦٣٦٨	٣٧٥٢	٠,٥٧	٧١٥٧	٣٣٩١
٠,٣٦	٦٤٠٦	٣٧٣٩	٠,٥٨	٧١٩٠	٣٣٧٢
٠,٣٧	٦٤٤٣	٣٧٢٥	٠,٥٩	٧٢٢٤	٣٣٥٢
٠,٣٨	٦٤٨٠	٣٧١٢	٠,٦٠	٧٢٥٧	٣٣٣٢
٠,٣٩	٦٥١٧	٣٦٩٧	٠,٦١	٧٢٩١	٣٣١٢
٠,٤٠	٦٥٥٤	٣٦٨٣	٠,٦٢	٧٣٢٤	٣٢٩٢
٠,٤١	٦٥٩١	٣٦٦٨	٠,٦٣	٧٣٥٧	٣٢٧١
٠,٤٢	٦٦٢٨	٣٦٥٣	٠,٦٤	٧٣٨٩	٣٢٥١
٠,٤٣	٦٦٦٤	٣٦٣٧	٠,٦٥	٧٤٢٢	٣٢٣٠
٠,٤٤	٦٧٠٠	٣٦٢١	٠,٦٦	٧٤٥٤	٣٢٠٩
٠,٤٥	٦٧٣٦	٣٦٠٥	٠,٦٧	٧٤٨٦	٣١٨٧
٠,٤٦	٦٧٧٢	٣٥٨٩	٠,٦٨	٧٥١٧	٣١٦٦
٠,٤٧	٦٨٠٨	٣٥٧٢	٠,٦٩	٧٥٤٩	٣١٤٤
٠,٤٨	٦٨٤٤	٣٥٥٥	٠,٧٠	٧٥٨٠	٣١٢٣
٠,٤٩	٦٨٧٩	٣٥٣٨	٠,٧١	٧٦١١	٣١٠١
٠,٥٠	٦٩١٥	٣٥٢١	٠,٧٢	٧٦٤٢	٣٠٧٩
٠,٥١	٦٩٥٠	٣٥٠٣	٠,٧٣	٧٦٧٣	٣٠٥٦
٠,٥٢	٦٩٨٥	٣٤٨٥	٠,٧٤	٧٧٠٤	٣٠٣٤
٠,٥٣	٧٠١٩	٣٤٦٧	٠,٧٥	٧٧٣٤	٣٠١١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٧٦	٧٧٦٤	٢٩٨٩	٠,٩٨	٨٣٦٥	٢٤٦٨
٧٧	٧٧٩٤	٢٩٦٦	,٩٩	٨٣٨٩	٢٤٤٤
٧٨	٧٨٢٣	٢٩٤٣	١,٠٠	٨٤١٣	٢٤٢٠
٧٩	٧٨٥٢	٢٩٢٠	١,٠١	٨٤٣٨	٢٣٩٦
٨٠	٧٨٨١	٢٨٩٧	١,٠٢	٨٤٦١	٢٣٧١
٨١	٧٩١٠	٢٨٧٤	١,٠٣	٨٤٨٥	٢٣٤٧
٨٢	٧٩٣٩	٢٨٥٠	١,٠٤	٨٥٠٨	٢٣٢٣
٨٣	٧٩٦٧	٢٨٢٧	١,٠٥	٨٥٣١	٢٢٩٩
٨٤	٧٩٩٥	٢٨٠٣	١,٠٦	٨٥٥٤	٢٢٧٥
٨٥	٨٠٢٣	٢٧٨٠	١,٠٧	٨٥٧٧	٢٢٥١
٨٦	٨٠٥١	٢٧٥٦	١,٠٨	٨٥٩٩	٢٢٢٧
٨٧	٨٠٧٨	٢٧٣٢	١,٠٩	٨٦٢١	٢٢٠٣
٨٨	٨١٠٦	٢٧٠٩	١,١٠	٨٦٤٣	٢١٧٩
٨٩	٨١٣٣	٢٦٨٥	١١	٨٦٦٥	٢١٥٥
٩٠	٨١٥٩	٢٦٦١	١٢	٨٦٨٦	٢١٣١
٩١	٨١٨٦	٢٦٣٧	١٣	٨٧٠٨	٢١٠٧
٩٢	٨٢١٢	٢٦١٣	١٤	٨٧٢٩	٢٠٨٣
٩٣	٨٢٣٨	٢٥٨٩	١٥	٨٧٤٩	٢٠٥٩
٩٤	٨٢٦٤	٢٥٦٥	١٦	٨٧٧٠	٢٠٣٦
٩٥	٨٢٨٩	٢٥٤١	١٧	٨٧٩٠	٢٠١٢
٩٦	٨٣١٥	٢٥١٦	١٨	٨٨١٠	١٩٨٩
٠,٩٧	٨٣٤٠	٢٤٩٢	١,١٩	٨٨٣٠	١٩٦٥

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعي المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٢٠	٨٨٤٩	١٩٤٢	١,٤٢	٩٢٢٢	١٤٥٦
٢١	٨٨٦٩	١٩١٩	٤٣	٩٢٣٦	١٤٣٥
٢٢	٨٨٨٨	١٨٩٥	٤٤	٩٢٥١	١٤١٥
٢٣	٨٩٠٧	١٨٧٢	٤٥	٩٢٦٥	١٣٩٤
٢٤	٨٩٢٥	١٨٤٩	٤٦	٩٢٧٩	١٣٧٤
٢٥	٨٩٤٤	١٨٢٦	٤٧	٩٢٩٢	١٣٥٤
٢٦	٨٩٦٢	١٨٠٤	٤٨	٩٣٠٦	١٣٣٤
٢٧	٨٩٨٠	١٧٨١	٤٩	٩٣١٩	١٣١٥
٢٨	٨٩٩٧	١٧٥٨	٥٠	٩٣٣٢	١٢٩٥
٢٩	٩٠١٥	١٧٣٦	٥١	٩٣٤٥	١٢٧٦
٣٠	٩٠٣٢	١٧١٤	٥٢	٩٣٥٧	١٢٥٧
٣١	٩٠٤٩	١٦٩١	٥٣	٩٣٧٠	١٢٣٨
٣٢	٩٠٦٦	١٦٦٩	٥٤	٩٣٨٢	١٢١٩
٣٣	٩٠٨٢	١٦٤٧	٥٥	٩٣٩٤	١٢٠٠
٣٤	٩٠٩٩	١٦٢٦	٥٦	٩٤٠٦	١١٨٢
٣٥	٩١١٥	١٦٠٤	٥٧	٩٤١٨	١١٦٣
٣٦	٩١٣١	١٥٨٢	٥٨	٩٤٢٩	١١٤٥
٣٧	٩١٤٧	١٥٦١	٥٩	٩٤٤١	١١٢٧
٣٨	٩١٦٢	١٥٣٩	٦٠	٩٤٥٢	١١٠٩
٣٩	٩١٧٧	١٥١٨	٦١	٩٤٦٣	١٠٩٢
٤٠	٩١٩٢	١٤٩٧	٦٢	٩٤٧٤	١٠٧٤
١,٤١	٩٢٠٧	١٤٧٦	١,٦٣	٩٤٨٤	١٠٥٧

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٦٤	٩٤٩٥	١٠٤٠	١,٨٦	٩٦٨٦	٠٧٠٧
٦٥	٩٥٠٥	١٠٢٣	٨٧	٩٦٩٣	٠٦٩٤
٦٦	٩٥١٥	١٠٠٦	٨٨	٩٦٩٩	٠٦٨١
٦٧	٩٥٢٥	٠٩٨٩	٨٩	٩٧٠٦	٠٦٦٩
٦٨	٩٥٣٥	٠٩٧٣	٩٠	٩٧١٣	٠٦٥٦
٦٩	٩٥٤٥	٠٩٥٧	٩١	٩٧١٩	٠٦٤٤
٧٠	٩٥٥٤	٠٩٤٠	٩٢	٩٧٢٦	٠٦٣٢
٧١	٩٥٦٤	٠٩٢٥	٩٣	٩٧٣٢	٠٦٢٠
٧٢	٩٥٧٣	٠٩٠٩	٩٤	٩٧٣٨	٠٦٠٨
٧٣	٩٥٨٢	٠٨٩٣	٩٥	٩٧٤٤	٠٥٩٦
٧٤	٩٥٩١	٠٨٧٨	٩٦	٩٧٥٠	٠٥٨٤
٧٥	٩٥٩٩	٠٨٦٣	٩٧	٩٧٥٦	٠٥٧٣
٧٦	٩٦٠٨	٠٨٤٨	٩٨	٩٧٦١	٠٥٦٢
٧٧	٩٦١٦	٠٨٣٣	٩٩	٩٧٦٧	٠٥٥١
٧٨	٩٦٢٥	٠٨١٨	٢,٠٠	٩٧٧٢	٠٥٤٠
٧٩	٩٦٣٣	٠٨٠٤	٢,٠١	٩٧٧٨	٠٥٢٩
٨٠	٩٦٤١	٠٧٩٠	٢,٠٢	٩٧٨٣	٠٥١٩
٨١	٩٦٤٩	٠٧٧٥	٢,٠٣	٩٧٨٨	٠٥٠٨
٨٢	٩٦٥٦	٠٧٦١	٢,٠٤	٩٧٩٣	٠٤٩٨
٨٣	٩٦٦٤	٠٧٤٨	٢,٠٥	٩٧٩٨	٠٤٨٨
٨٤	٩٦٧١	٠٧٣٤	٢,٠٦	٩٨٠٣	٠٤٧٨
١,٨٥	٩٦٧٨	٠٧٢١	٢,٠٧	٩٨٠٨	٠٤٦٨

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٠٨	٩٨١٢	٠٤٥٩	٢,٣٠	٩٨٩٣	٠٢٨٣
٩	٩٨١٧	٠٤٤٩	٣١	٩٨٩٦	٠٢٧٧
١٠	٩٨٢١	٠٤٤٠	٣٢	٩٨٩٨	٠٢٧٠
١١	٩٨٢٦	٠٤٣١	٣٣	٩٩٠١	٠٢٦٤
١٢	٩٨٣٠	٠٤٢٢	٣٤	٩٩٠٤	٠٢٥٨
١٣	٩٨٣٤	٠٤١٣	٣٥	٩٩٠٦	٠٢٥٢
١٤	٩٨٣٨	٠٤٠٤	٣٦	٩٩٠٩	٠٢٤٦
١٥	٩٨٤٢	٠٣٩٦	٣٧	٩٩١١	٠٢٤١
١٦	٩٨٤٦	٠٣٨٧	٣٨	٩٩١٣	٠٢٣٥
١٧	٩٨٥٠	٠٣٧٩	٣٩	٩٩١٦	٠٢٢٩
١٨	٩٨٥٤	٠٣٧١	٤٠	٩٩١٨	٠٢٢٤
١٩	٩٨٥٧	٠٣٦٣	٤١	٩٩٢٠	٠٢١٩
٢٠	٩٨٦١	٠٣٥٥	٤٢	٩٩٢٢	٠٢١٣
٢١	٩٨٦٤	٠٣٤٧	٤٣	٩٩٢٥	٠٢٠٨
٢٢	٩٨٦٨	٠٣٣٩	٤٤	٩٩٢٧	٠٢٠٣
٢٣	٩٨٧١	٠٣٣٢	٤٥	٩٩٢٩	٠١٩٨
٢٤	٩٨٧٥	٠٣٢٥	٤٦	٩٩٣١	٠١٩٤
٢٥	٩٨٧٨	٠٣١٧	٤٧	٩٩٣٢	٠١٨٩
٢٦	٩٨٨١	٠٣١٠	٤٨	٩٩٣٤	٠١٨٤
٢٧	٩٨٨٤	٠٣٠٣	٤٩	٩٩٣٦	٠١٨٠
٢٨	٩٨٨٧	٠٢٩٧	٥٠	٩٩٣٨	٠١٧٥
٢,٢٩	٩٨٩٠	٠٢٩٠	٢,٥١	٩٩٤٠	٠١٧١

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعي المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٥٢	٩٩٤١	٠١٦٧	٢,٧٤	٩٩٦٩	٠٠٩٣
٥٣	٩٩٤٣	٠١٦٣	٧٥	٩٩٧٠	٠٠٩١
٥٤	٩٩٤٥	٠١٥٨	٧٦	٩٩٧١	٠٠٨٨
٥٥	٩٩٤٦	٠١٥٤	٧٧	٩٩٧٢	٠٠٨٦
٥٦	٩٩٤٨	٠١٥١	٧٨	٩٩٧٣	٠٠٨٤
٥٧	٩٩٤٩	٠١٤٧	٧٩	٩٩٧٤	٠٠٨١
٥٨	٩٩٥١	٠١٤٣	٨٠	٩٩٧٤	٠٠٧٩
٥٩	٩٩٥٢	٠١٣٩	٨١	٩٩٧٥	٠٠٧٧
٦٠	٩٩٥٣	٠١٣٦	٨٢	٩٩٧٦	٠٠٧٥
٦١	٩٩٥٥	٠١٣٢	٨٣	٩٩٧٧	٠٠٧٣
٦٢	٩٩٥٦	٠١٢٩	٨٤	٩٩٧٧	٠٠٧١
٦٣	٩٩٥٧	٠١٢٦	٨٥	٩٩٧٨	٠٠٦٩
٦٤	٩٩٥٩	٠١٢٢	٨٦	٩٩٧٩	٠٠٦٧
٦٥	٩٩٦٠	٠١١٩	٨٧	٩٩٧٩	٠٠٦٥
٦٦	٩٩٦١	٠١١٦	٨٨	٩٩٨٠	٠٠٦٣
٦٧	٩٩٦٢	٠١١٣	٨٩	٩٩٨١	٠٠٦١
٦٨	٩٩٦٣	٠١١٠	٩٠	٩٩٨١	٠٠٦٠
٦٩	٩٩٦٤	٠١٠٧	٩١	٩٩٨٢	٠٠٥٨
٧٠	٩٩٦٥	٠١٠٤	٩٢	٩٩٨٢	٠٠٥٦
٧١	٩٩٦٦	٠١٠١	٩٣	٩٩٨٣	٠٠٥٥
٧٢	٩٩٦٧	٠٠٩٩	٩٤	٩٩٨٤	٠٠٥٣
٢,٧٣	٩٩٦٨	٠٠٩٦	٢,٩٥	٩٩٨٤	٠٠٥١

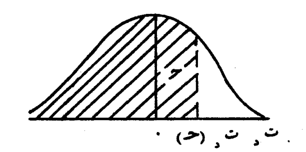
تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	أ	ط	ح	أ
٢,٩٦	٩٩٨٥	٠٠٥٠	٣,١٨	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٧	٩٩٨٥	٠٠٤٨	٣,١٩	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٨	٩٩٨٦	٠٠٤٧	٣,٢٠	٩٩٩٣	٠٠٢٤
٩٩	٩٩٨٦	٠٠٤٦	٣,٣٠	٩٩٩٥	٠٠١٧
٣,٠٠	٩٩٨٧	٠٠٤٤	٣,٤٠	٩٩٩٧	٠٠١٢
٣,٠١	٩٩٨٧	٠٠٤٣	٣,٥٠	٩٩٩٨	٠٠٠٩
٢	٩٩٨٧	٠٠٤٢	٣,٦٠	٩٩٩٨	٠٠٠٦
٣	٩٩٨٨	٠٠٤٠	٣,٧٠	٩٩٩٩	٠٠٠٤
٤	٩٩٨٨	٠٠٣٩			
٥	٩٩٨٩	٠٠٣٨			
٦	٩٩٨٩	٠٠٣٧			
٧	٩٩٨٩	٠٠٣٦			
٨	٩٩٩٠	٠٠٣٥			
٩	٩٩٩٠	٠٠٣٤			
١٠	٩٩٩٠	٠٠٣٣			
١١	٩٩٩١	٠٠٣٢			
١٢	٩٩٩١	٠٠٣١			
١٣	٩٩٩١	٠٠٣٠			
١٤	٩٩٩٢	٠٠٢٩			
١٥	٩٩٩٢	٠٠٢٨			
١٦	٩٩٩٢	٠٠٢٧			
٣,١٧	٩٩٩٢	٠٠٢٦			

جدول (٣)

توزيع « ت » T - distribution



القيمة بالجدول = ت د (ح) ، حيث ح [ت د < ت د (ح)] = ح .

ت د (١ − ح) = − ت د (ح)

د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١	٦٣٦,٦	٣١٨,٣	٦٣,٦٦	٣١,٨٢	١٢,٧١	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١,٠٠٠٠
٢	٣١,٦	٢٢,٣	٩,٩٢٥	٦,٩٦٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٠,٨١٦٥
٣	١٢,٩٤	١٠,٢٢	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٠,٧٦٤٩
٤	٨,٦١٠	٧,١٧٣	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٠,٧٤٠٧
٥	٦,٨٥٩	٥,٨٩٣	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٠,٧٢٦٧
٦	٥,٩٥٩	٥,٢٠٨	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٣	١,٤٤٠	٠,٧١٧٦
٧	٥,٤٠٥	٤,٧٨٥	٣,٤٩٩	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٠,٧١١١
٨	٥,٠٤١	٤,٥٠١	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٠,٧٠٦٤
٩	٤,٧٨١	٤,٢٩٧	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٢	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٠,٧٠٢٧
١٠	٤,٥٨٧	٤,١٤٤	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	٠,٦٩٩٨
١١	٤,٤٣٧	٤,٠٢٥	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	٠,٦٩٧٤
١٢	٤,٣١٨	٣,٩٣٠	٣,٠٥٥	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	٠,٦٩٥٥
١٣	٤,٢٢١	٣,٨٥٢	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	٠,٦٩٣٨
١٤	٤,١٤٠	٣,٧٨٧	٢,٩٧٧	٢,٦٢٤	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	٠,٦٩٢٤
١٥	٤,٠٧٣	٣,٧٣٣	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣١	١,٧٥٣	١,٣٤١	٠,٦٩١٢
١٦	٤,٠١٥	٣,٦٨٦	٢,٩٢١	٢,٥٨٣	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	٠,٦٩٠١
١٧	٣,٩٦٥	٣,٦٤٦	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	٠,٦٨٩٢
١٨	٣,٩٢٢	٣,٦١١	٢,٨٧٨	٢,٥٥٢	٢,١٠١	١,٧٣٤	١,٣٣٠	٠,٦٨٨٤

تابع جدول (٣)

توزيع « ت »

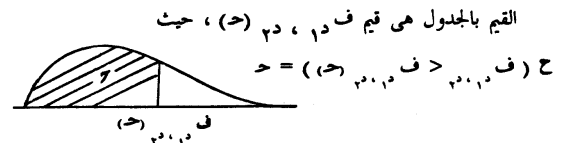
د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١٩	٠٣,٨٨٣	٣,٥٧٩	٢,٨٦١	٢,٥٣٩	٢,٠٩٣	١,٧٢٩	١,٣٢٨	٠,٦٨٧٦
٢٠	٣,٨٥٠	٣,٥٥٢	٢,٨٤٥	٢,٥٢٨	٢,٠٨٦	١,٧٢٥	١,٣٢٥	٠,٦٨٧٠
٢١	٣,٨١٩	٣,٥٢٧	٢,٨٣١	٢,٥١٨	٢,٠٨٠	١,٧٢٩	١,٣٢٣	٠,٦٨٦٤
٢٢	٣,٧٩٢	٣,٥٠٥	٢,٨١٩	٢,٥٠٨	٢,٠٧٤	١,٧١٧	١,٣٢١	٠,٦٨٥٨
٢٣	٣,٧٦٧	٣,٤٨٥	٢,٨٠٧	٢,٥٠٠	٢,٠٦٩	١,٧١٤	١,٣١٩	٠,٦٨٥٣
٢٤	٣,٧٤٥	٣,٤٦٧	٢,٧٩٧	٢,٤٩٢	٢,٠٦٤	١,٧١١	١,٣١٨	٠,٦٨٤٨
٢٥	٣,٧٢٥	٣,٤٥٠	٢,٧٨٧	٢,٤٨٥	٢,٠٦٠	١,٧٠٨	١,٣١٦	٠,٦٨٤٤
٢٦	٣,٧٠٧	٣,٤٣٥	٢,٧٧٩	٢,٤٧٩	٢,٠٥٦	١,٧٠٦	١,٣١٥	٠,٦٨٤٠
٢٧	٣,٦٩٠	٣,٤٢١	٢,٧٧١	٢,٤٧٣	٢,٠٥٢	١,٧٠٣	١,٣١٤	٠,٦٨٣٧
٢٨	٣,٦٧٤	٣,٤٠٨	٢,٧٦٣	٢,٤٦٧	٢,٠٤٨	١,٧٠١	١,٣١٣	٠,٦٨٣٤
٢٩	٣,٦٥٩	٣,٣٩٦	٢,٧٥٦	٢,٤٦٢	٢,٠٤٥	١,٦٩٩	١,٣١١	٠,٦٨٣٠
٣٠	٣,٦٤٦	٣,٣٨٥	٢,٧٥٠	٢,٤٥٧	٢,٠٤٢	١,٦٩٧	١,٣١٠	٠,٦٨٢٨
٤٠	٣,٥٥١	٣,٣٠٧	٢,٧٠٤	٢,٤٢٣	٢,٠٢١	١,٦٨٤	١,٣٠٣	٠,٦٨٠٧
٥٠	٣,٤٩٥	٣,٢٦٢	٢,٦٧٨	٢,٤٠٣	٢,٠٠٩	١,٦٧٦	١,٢٩٨	٠,٦٧٩٤
٦٠	٣,٤٦٠	٣,٢٣٢	٢,٦٦٠	٢,٣٩٠	٢,٠٠٠	١,٦٧١	١,٢٩٦	٠,٦٧٨٦
٧٠	٣,٤٣٥	٣,٢١١	٢,٦٤٨	٢,٣٨١	١,٩٩٤	١,٦٦٧	١,٢٩٤	٠,٦٧٨٠
٨٠	٣,٤١٦	١,١٩٥	٢,٦٣٩	٢,٣٧٤	١,٩٩٠	١,٦٦٤	١,٢٩٢	٠,٦٧٧٦
٩٠	٣,٤٠١٩	٣,١٨٣	٢,٦٣٢	٢,٣٦٩	١,٩٨٧	١,٦٦٢	١,٢٩١	٠,٦٧٧٢
١٠٠	٣,٣٨٩	٣,١٧٤	٢,٦٢٦	٢,٣٦٥	١,٩٨٤	١,٦٦٠	١,٢٩٠	٠,٦٧٧٠
∞	٣,٢٩١	٣,٠٩٠	٢,٥٧٦	٢,٣٢٦	١,٩٦٠	١,٦٤٥	١,٨٢	٠,٦٧٤٥

جدول (٤)

توزيع « ف » F - distribution

القيم بالجدول هى قيم $ف_{د_{١}، د_{٢}}$ (ح) ، حيث

$$ح \left(ف_{د_{١}، د_{٢}} < ف_{د_{١}، د_{٢}} (ح) \right) = ح$$



$ف_{د_{١}، د_{٢}} (ح)$

القيم المتعلقة بالاحتمالات (ح) الغير موضحة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام العلاقة

$$ف_{د_{١}، د_{٢}} (ح) = ١ / ف_{د_{٢}، د_{١}} (١ - ح)$$

للعينات ذات الحجم الكبير (أكبر من ٣٠) ، يمكن الحصول على قيم ف بدقة كبيرة باستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$لو\ ف_{د_{١}، د_{٢}} (ح) \approx \left(\frac{ا}{\sqrt{هـ - ب}} \right) - و\ ج$$

حيث ،

$$هـ = \frac{٢\ د_{١} د_{٢}}{د_{١} + د_{٢}} \quad ، \quad و = \frac{د_{٢} - د_{١}}{د_{١}\ د_{٢}}$$

أما قيم ا ، ب ، ج فهى تعتمد على قيمة (ح) كما هو موضح بالجدول التالى :

ح	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥	٠,٥٠
ا	٢,٠٢٠٦	١,٧٠٢٣	١,٤٢٨٧	١,١١٣١	٠,٥٨٥٩	٠
ب	١,٤٠	١,١٤	٠,٩٥	٠,٧٧	٠,٥٨	
ج	١,٠٧٣	٠,٨٤٦	٠,٦٨١	٠,٥٢٧	٠,٣٥٥	٠,٢٩٠

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١	٠,٥٠	١	١,٥	١,٧١	١,٨٢	١,٨٩	١,٩٤	١,٩٨	٢	٢,٠٣	٢,٠٤	٢,٠٥	٢,٠٧
	٠,٧٥	٥,٨٣	٧,٥٠	٨,٢٠	٨,٥٨	٨,٨٢	٨,٩٨	٩,١	٩,١٩	٩,٢٦	٩,٣٢	٩,٣٦	٩,٤١
	٠,٩٠	٣٩,٩	٤٩,٥	٥٣,٦	٥٥,٨	٥٧,٢	٥٨,٢	٥٨,٩	٥٩,٤	٥٩,٩	٦٠,٢	٦٠,٥	٦٠,٧
	٠,٩٥	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤
	,٩٧٥	٦٤٨	٨٠٠	٨٦٤	٩٠٠	٩٢٢	٩٣٧	٩٤٨	٩٥٧	٩٦٣	٩٦٩	٩٧٣	٩٧٧
	٠,٩٩	٤٠٥٠	٥٠٠٠	٥٤٠٠	٥٦٢٠	٥٧٦٠	٥٨٦٠	٥٩٣٠	٥٩٨٠	٦٠٢٠	٦٠٦٠	٦٠٨٠	٦١١٠
٢	٠,٥٠	,٦٦٧	١	١,١٣	١,٢١	١,٢٥	١,٢٨	١,٣	١,٣٢	١,٣٣	١,٣٤	١,٣٥	١,٣٦
	٠,٧٥	٢,٥٧	٣	٣,١٥	٣,٢٣	٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٤	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٨	٣,٣٩	٣,٣٩
	٠,٩٠	٨,٥٣	٩	٩,١٦	٩,٢٤	٩,٢٩	٩,٣٣	٩,٣٥	٩,٣٧	٩,٣٨	٩,٣٩	٩,٤	٩,٤١
	٠,٩٥	١٨,٥	١٩	١٩,٢	١٩,٢	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤
	,٩٧٥	٣٨,٥	٣٩	٣٩,٢	٣٩,٢	٣٩,٣	٣٩,٣	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤
	٠,٩٩	٩٨,٥	٩٩	٩٩,٢	٩٩,٢	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤
٣	٠,٥٠	,٥٨٥	,٨٨١	١	١,٠٦	١,١	١,١٣	١,١٥	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٩	١,٢٠
	٠,٧٥	٢,٠٢	٢,٢٨	٢,٣٦	٢,٣٩	٢,٤١	٢,٤٢	٢,٤٣	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٥	٢,٤٥
	٠,٩٠	٥,٥٤	٥,٤٦	٥,٣٩	٥,٣٤	٥,٣١	٥,٢٨	٥,٢٧	٥,٢٥	٥,٢٤	٥,٢٣	٥,٢٢	٥,٢٢
	٠,٩٥	١٠,١	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٩	٨,٨٥	٨,٨١	٨,٧٩	٨,٧٦	٨,٧٤
	,٩٧٥	١٧,٤	١٦	١٥,٤	١٥,١	١٤,٩	١٤,٧	١٤,٦	١٤,٥	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤	١٤,٣
	٠,٩٩	٣٤,١	٣٠,٨	٢٩,٥	٢٨,٧	٢٨,٢	٢٧,٩	٢٧,٧	٢٧,٥	٢٧,٣	٢٧,٢	٢٧,١	٢٧,١
٤	٠,٥٠	,٥٤٩	,٨٢٨	,٩٤١	١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٨	١,٠٩	١,١	١,١١	١,١٢	١,١٣
	٠,٧٥	١,٨١	٢	٢,٠٥	٢,٠٦	٢,٠٧	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٤,٥٤	٤,٣٢	٤,١٩	٤,١١	٤,٠٥	٤,٠١	٣,٩٨	٣,٩٥	٣,٩٤	٣,٩٢	٣,٩١	٣,٩
	٠,٩٥	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦	٥,٩٦	٥,٩٤	٥,٩١
	,٩٧٥	١٢,٢	١٠,٦	٩,٩٨	٩,٦	٩,٣٦	٩,٢	٩,٠٧	٨,٩٨	٨,٩	٨,٨٤	٨,٧٩	٨,٧٥
	٠,٩٩	٢١,٢	١٨	١٦,٧	١٦	١٥,٥	١٥,٢	١٥	١٤,٨	١٤,٧	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١	٠,٥٠	٢,٠٩	٢,١٢	٢,١٣	٢,١٥	٢,١٦	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٨	٢,١٨	٢,١٩	٢,١٩	٢,٢٠
	٠,٧٥	٩,٤٩	٩,٥٨	٩,٦٣	٩,٦٧	٩,٧١	٩,٧٤	٩,٧٦	٩,٧٨	٩,٨٠	٩,٨٢	٩,٨٤	٩,٨٥
	٠,٩٠	٦١,٢	٦١,٧	٦٢	٦٢,٣	٦٢,٥	٦٢,٧	٦٢,٨	٦٣	٦٣,١	٦٣,٢	٦٣,٣	٦٣,٣
	٠,٩٥	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٣	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٤
	٠,٩٧٥	٩٨٥	٩٩٣	٩٩٧	١٠٠٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠
	٠,٩٩	٦١٦٠	٦٢١٠	٦٢٣٠	٦٢٦٠	٦٢٩٠	٦٣٠٠	٦٣١٠	٦٣٣٠	٦٣٤٠	٦٣٥٠	٦٣٦٠	٦٣٧٠
٢	٠,٥٠	١,٣٨	١,٣٩	١,٤	١,٤١	١,٤٢	١,٤٢	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٧٥	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٨	٣,٤٨	٣,٤٨
	٠,٩٠	٩,٤٢	٩,٤٤	٩,٤٥	٩,٤٦	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٨	٩,٤٨	٩,٤٩	٩,٤٩	٩,٤٩
	٠,٩٥	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥
	٠,٩٧٥	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥
	٠,٩٩	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥
٣	٠,٥٠	١,٢١	١,٢٢	١,٢٣	١,٢٤	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٧	١,٢٧
	٠,٧٥	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧
	٠,٩٠	٥,٢٠	٥,١٨	٥,١٨	٥,١٧	٥,١٦	٥,١٥	٥,١٥	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٣
	٠,٩٥	٨,٧٠	٨,٦٦	٨,٦٣	٨,٦٢	٨,٥٩	٨,٥٨	٨,٥٧	٨,٥٥	٨,٥٥	٨,٥٤	٨,٥٣	٨,٥٣
	٠,٩٧٥	١٤,٣	١٤,٢	١٤,١	١٤,١	١٤	١٤	١٤	١٤	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩
	٠,٩٩	٢٦,٩	٢٦,٧	٢٦,٦	٢٦,٥	٢٦,٤	٢٦,٤	٢٦,٣	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,١	٢٦,١
٤	٠,٥٠	١,١٤	١,١٥	١,١٦	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٩	١,١٩	١,١٩
	٠,٧٥	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨٣	٣,٨٢	٣,٨٠	٣,٨٠	٣,٧٩	٣,٧٨	٣,٧٨	٣,٧٧	٣,٧٦	٣,٧٦
	٠,٩٥	٥,٨٦	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٥	٥,٧٢	٥,٧٠	٥,٦٩	٥,٦٦	٥,٦٦	٥,٦٥	٥,٦٤	٥,٦٣
	٠,٩٧٥	٨,٦٦	٨,٥٦	٨,٥١	٨,٤٦	٨,٤١	٨,٣٨	٨,٣٦	٨,٣٢	٨,٣١	٨,٢٩	٨,٢٧	٨,٢٦
	٠,٩٩	١٤,٢	١٤	١٣,٩	١٣,٨	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٦	١٣,٦	١٣,٥	١٣,٥	١٣,٥

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٥	٠,٥٠	٠,٥٢٨	٠,٧٩٩	٠,٩٠٧	٠,٩٦٥	١	١,٠٢	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٩
	٠,٧٥	١,٦٩	١,٨٥	١,٨٨	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩
	٠,٩٠	٤,٠٦	٣,٧٨	٣,٦٢	٣,٥٢	٣,٤٥	٣,٤٠	٣,٣٧	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٣٠	٣,٢٨	٣,٢٧
	٠,٩٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢	٤,٧٧	٤,٧٤	٤,٧١	٤,٦٨
	٠,٩٧٥	١٠	٨,٤٣	٧,٧٦	٧,٣٩	٧,١٥	٦,٩٨	٦,٨٥	٦,٧٦	٦,٦٨	٦,٦٢	٦,٥٧	٦,٥٢
	٠,٩٩	١٦,٣	١٣,٣	١٢,١	١١,٤	١١	١٠,٧	١٠,٥	١٠,٣	١٠,٢	١٠,١	٩,٩٦	٩,٨٩
٦	٠,٥٠	٠,٥١٥	٠,٧٨٠	٠,٨٨٦	٠,٩٤٢	٠,٩٧٧	١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٦٢	١,٧٦	١,٧٨	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧
	٠,٩٠	٣,٧٨	٣,٤٦	٣,٢٩	٣,١٨	٣,١١	٣,٠٥	٣,٠١	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٢	٢,٩٠
	٠,٩٥	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٥	٤,١	٤,٠٦	٤,٠٣	٤
	٠,٩٧٥	٨,٨١	٧,٢٦	٦,٦	٦,٢٣	٥,٩٩	٥,٨٢	٥,٧	٥,٦	٥,٥٢	٥,٤٦	٥,٤١	٥,٣٧
	٠,٩٩	١٣,٧	١٠,٩	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١	٧,٩٨	٧,٨٧	٧,٧٩	٧,٧٢
٧	٠,٥٠	٠,٥٠٦	٠,٧٦٧	٠,٨٧١	٠,٩٢٦	٠,٩٦٠	٠,٩٨٣	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤
	٠,٧٥	١,٥٧	١,٧٠	١,٧٢	١,٧٢	١,٧١	١,٧١	١,٧٠	١,٧٠	١,٦٩	١,٦٩	١,٦٩	١,٦٨
	٠,٩٠	٣,٥٩	٣,٢٦	٣,٠٧	٢,٩٦	٢,٨٨	٢,٨٣	٢,٧٨	٢,٧٥	٢,٧٢	٢,٧٠	٢,٦٨	٢,٦٧
	٠,٩٥	٥,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٣	٣,٦٨	٣,٦٤	٣,٦٠	٣,٥٧
	٠,٩٧٥	٨,٠٧	٦,٥٤	٥,٨٩	٥,٥٢	٥,٢٩	٥,١٢	٤,٩٩	٤,٩٠	٤,٨٢	٤,٧٦	٤,٧١	٤,٦٧
	٠,٩٩	١٢,٠٢	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٤٦	٧,١٩	٦,٩٩	٦,٨٤	٦,٧٢	٦,٦٢	٦,٥٤	٦,٤٧
٨	٠,٥٠	٠,٤٩٩	٠,٧٥٧	٠,٨٦٠	٠,٩١٥	٠,٩٤٨	٠,٩٧١	٠,٩٨٨	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٥٤	١,٦٦	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٢
	٠,٩٠	٣,٤٦	٣,١١	٢,٩٢	٢,٨١	٢,٧٣	٢,٦٧	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٥٠
	٠,٩٥	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤	٣,٣٩	٣,٣٥	٣,٣١	٣,٢٨
	٠,٩٧٥	٧,٥٧	٦,٠٦	٥,٤٢	٥,٠٥	٤,٨٢	٤,٦٥	٤,٥٣	٤,٤٣	٤,٣٦	٤,٣٠	٤,٢٤	٤,٢٠
	٠,٩٩	١١,٣	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٨	٦,٠٣	٥,٩١	٥,٨١	٥,٧٣	٥,٦٧

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٥	٠,٥٠	١,١	١,١١	١,١٢	١,١٢	١,١٣	١,١٣	١,١٤	١,١٤	١,١٤	١,١٥	١,١٥	١,١٥
	٠,٧٥	١,٨٩	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧
	٠,٩٠	٣,٢٤	٣,٢١	٣,١٩	٣,١٧	٣,١٦	٣,١٥	٣,١٤	٣,١٣	٣,١٢	٣,١٢	٣,١١	٣,١٠
	٠,٩٥	٤,٦٢	٤,٥٦	٤,٥٣	٤,٥٠	٤,٤٦	٤,٤٤	٤,٤٣	٤,٤١	٤,٤٠	٤,٣٩	٤,٣٧	٤,٣٦
	٠,٩٧٥	٦,٤٣	٦,٣٣	٦,٢٨	٦,٢٣	٦,١٨	٦,١٤	٦,١٢	٦,٠٨	٦,٠٧	٦,٠٥	٦,٠٣	٦,٠٢
	٠,٩٩	٩,٧٢	٩,٥٥	٩,٤٧	٩,٣٨	٩,٢٩	٩,٢٤	٩,٢٠	٩,١٣	٩,١١	٩,٠٨	٩,٠٤	٩,٠٢
٦	٠,٥٠	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٩	١,١٠	١,١٠	١,١١	١,١١	١,١١	١,١٢	١,١٢	١,١٢	١,١٢
	٠,٧٥	١,٧٦	١,٧٦	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤
	٠,٩٠	٢,٨٧	٢,٨٤	٢,٨٢	٢,٨٠	٢,٧٨	٢,٧٧	٢,٧٦	٢,٧٥	٢,٧٤	٢,٧٣	٢,٧٣	٢,٧٢
	٠,٩٥	٣,٩٤	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٧	٣,٧٥	٣,٧٤	٣,٧١	٣,٧٠	٣,٦٩	٣,٦٨	٣,٦٧
	٠,٩٧٥	٥,٢٧	٥,١٧	٥,١٢	٥,٠٧	٥,٠١	٤,٩٨	٤,٩٦	٤,٩٢	٤,٩٠	٤,٨٨	٤,٨٦	٤,٨٥
	٠,٩٩	٧,٥٦	٧,٤٠	٧,٣١	٧,٢٣	٧,١٤	٧,٠٩	٧,٠٦	٦,٩٩	٦,٩٧	٦,٩٣	٦,٩٠	٦,٨٨
٧	٠,٥٠	١,٠٥	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٩	١,٠٩	١,١٠	١,١٠	١,١٠	١,١٠	١,١٠
	٠,٧٥	١,٦٨	١,٦٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥
	٠,٩٠	٢,٦٣	٢,٥٩	٢,٥٨	٢,٥٦	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٥١	٢,٥٠	٢,٤٩	٢,٤٨	٢,٤٨	٢,٤٧
	٠,٩٥	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٣٠	٣,٢٧	٣,٢٧	٣,٢٥	٣,٢٤	٣,٢٣
	٠,٩٧٥	٤,٥٧	٤,٤٧	٤,٤٢	٤,٣٦	٤,٣١	٤,٢٨	٤,٢٥	٤,٢١	٤,٢٠	٤,١٨	٤,١٦	٤,١٤
	٠,٩٩	٦,٣١	٦,١٦	٦,٠٧	٥,٩٩	٥,٩١	٥,٨٦	٥,٨٢	٥,٧٥	٥,٧٤	٥,٧٠	٥,٦٧	٥,٦٥
٨	٠,٥٠	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٩	١,٠٩	١,٠٩
	٠,٧٥	١,٦٢	١,٦١	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨
	٠,٩٠	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٨	٢,٣٦	٢,٣٥	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠	٢,٢٩
	٠,٩٥	٣,٢٢	٣,١٥	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٤	٣,٠٢	٣,٠١	٢,٩٧	٢,٩٧	٢,٩٥	٢,٩٤	٢,٩٣
	٠,٩٧٥	٤,١٠	٤	٣,٩٥	٣,٨٩	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٨	٣,٧٤	٣,٧٣	٣,٧٠	٣,٦٨	٣,٦٧
	٠,٩٩	٥,٥٢	٥,٣٦	٥,٢٨	٥,٢٠	٥,١٢	٥,٠٧	٥,٠٣	٤,٩٦	٤,٩٥	٤,٩١	٤,٨٨	٤,٨٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

$د_١$

$د_٢$	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٩	٠٫٥٠	٠٫٤٩٤	٠٫٧٤٩	٠٫٨٥٢	٠٫٩٠٦	٠٫٩٣٩	٠٫٩٦٢	٠٫٩٧٨	٠٫٩٩٠	١	١٫٠١	١٫٠١	١٫٠٢
	٠٫٧٥	١٫٥١	١٫٦٢	١٫٦٣	١٫٦٣	١٫٦٢	١٫٦١	١٫٦٠	١٫٦٠	١٫٥٩	١٫٥٩	١٫٥٨	١٫٥٨
	٠٫٩٠	٣٫٣٦	٣٫٠١	٢٫٨١	٢٫٦٩	٢٫٦١	٢٫٥٥	٢٫٥١	٢٫٤٧	٢٫٤٤	٢٫٤٢	٢٫٤٠	٢٫٣٨
	٠٫٩٥	٥٫١٢	٤٫٢٦	٣٫٨٦	٣٫٦٣	٣٫٤٨	٣٫٣٧	٣٫٢٩	٣٫٢٣	٣٫١٨	٣٫١٤	٣٫١٠	٣٫٠٧
	٠٫٩٧٥	٧٫٢١	٥٫٧١	٥٫٠٨	٤٫٧٢	٤٫٤٨	٤٫٣٢	٤٫٢٠	٤٫١٠	٤٫٠٣	٣٫٩٦	٣٫٩١	٣٫٨٧
	٠٫٩٩	١٠٫٠٦	٨٫٠٢	٦٫٩٩	٦٫٤٢	٦٫٠٦	٥٫٨٠	٥٫٦١	٥٫٤٧	٥٫٣٥	٥٫٢٦	٥٫١٨	٥٫١١
١٠	٠٫٥٠	٠٫٤٩٠	٠٫٧٤٣	٠٫٨٤٥	٠٫٨٩٩	٠٫٩٣٢	٠٫٩٥٤	٠٫٩٧١	٠٫٩٨٣	٠٫٩٩٢	١	١٫٠١	١٫٠١
	٠٫٧٥	١٫٤٩	١٫٦٠	١٫٦٠	١٫٥٩	١٫٥٩	١٫٥٨	١٫٥٧	١٫٥٦	١٫٥٦	١٫٥٥	١٫٥٥	١٫٥٤
	٠٫٩٠	٣٫٢٨	٢٫٩٢	٢٫٧٣	٢٫٦١	٢٫٥٢	٢٫٤٦	٢٫٤١	٢٫٣٨	٢٫٣٥	٢٫٣٢	٢٫٣٠	٢٫٢٨
	٠٫٩٥	٤٫٩٦	٤٫١٠	٣٫٧١	٣٫٤٨	٣٫٣٣	٣٫٢٢	٣٫١٤	٣٫٠٧	٣٫٠٢	٢٫٩٨	٢٫٩٤	٢٫٩١
	٠٫٩٧٥	٦٫٩٤	٥٫٤٦	٤٫٨٣	٤٫٤٧	٤٫٢٤	٤٫٠٧	٣٫٩٥	٣٫٨٥	٣٫٧٨	٣٫٧٢	٣٫٦٦	٣٫٦٢
	٠٫٩٩	١٠	٧٫٥٦	٦٫٥٥	٥٫٩٩	٥٫٦٤	٥٫٣٩	٥٫٢٠	٥٫٠٦	٤٫٩٤	٤٫٨٥	٤٫٧٧	٤٫٧١
١١	٠٫٥٠	٠٫٤٨٦	٠٫٧٣٩	٠٫٨٤٠	٠٫٨٩٣	٠٫٩٢٦	٠٫٩٤٨	٠٫٩٦٤	٠٫٩٧٧	٠٫٩٨٦	٠٫٩٩٤	١	١٫٠١
	٠٫٧٥	١٫٤٧	١٫٥٨	١٫٥٨	١٫٥٧	١٫٥٦	١٫٥٥	١٫٥٤	١٫٥٣	١٫٥٣	١٫٥٢	١٫٥٢	١٫٥١
	٠٫٩٠	٣٫٢٣	٢٫٨٦	٢٫٦٦	٢٫٥٤	٢٫٤٥	٢٫٣٩	٢٫٣٤	٢٫٣٠	٢٫٢٧	٢٫٢٥	٢٫٢٣	٢٫٢١
	٠٫٩٥	٤٫٨٤	٣٫٩٨	٣٫٥٩	٣٫٣٦	٣٫٢٠	٣٫٠٩	٣٫٠١	٢٫٩٥	٢٫٩٠	٢٫٨٥	٢٫٨٢	٢٫٧٩
	٠٫٩٧٥	٦٫٧٢	٥٫٢٦	٤٫٦٣	٤٫٢٨	٤٫٠٤	٣٫٨٨	٣٫٧٦	٣٫٦٦	٣٫٥٩	٣٫٥٣	٣٫٤٧	٣٫٤٣
	٠٫٩٩	٩٫٦٥	٧٫٢١	٦٫٢٢	٥٫٦٧	٥٫٣٢	٥٫٠٧	٤٫٨٩	٤٫٧٤	٤٫٦٣	٤٫٥٤	٤٫٤٦	٤٫٤٠
١٢	٠٫٥٠	٠٫٤٨٤	٠٫٧٣٥	٠٫٨٣٥	٠٫٨٨٨	٠٫٩٢١	٠٫٩٤٣	٠٫٩٥٩	٠٫٩٧٢	٠٫٩٨١	٠٫٩٨٩	٠٫٩٩٥	١
	٠٫٧٥	١٫٤٦	١٫٥٦	١٫٥٦	١٫٥٥	١٫٥٤	١٫٥٣	١٫٥٢	١٫٥١	١٫٥١	١٫٥٠	١٫٥٠	١٫٤٩
	٠٫٩٠	٣٫١٨	٢٫٨١	٢٫٦١	٢٫٤٨	٢٫٣٩	٢٫٣٣	٢٫٢٨	٢٫٢٤	٢٫٢١	٢٫١٩	٢٫١٧	٢٫١٥
	٠٫٩٥	٤٫٧٥	٣٫٨٩	٣٫٤٩	٣٫٢٦	٣٫١١	٣	٢٫٩١	٢٫٨٥	٢٫٨٠	٢٫٧٥	١٫٧٢	٢٫٦٩
	٠٫٩٧٥	٦٫٥٥	٥٫١٠	٤٫٤٧	٤٫١٢	٣٫٨٩	٣٫٧٣	٣٫٦١	٣٫٥١	٣٫٤٤	٣٫٣٧	٣٫٣٢	٣٫٢٨
	٠٫٩٩	٩٫٣٣	٦٫٩٣	٥٫٩٥	٥٫٤١	٥٫٠٦	٤٫٨٢	٤٫٦٤	٤٫٥٠	٤٫٣٩	٤٫٣٠	٤٫٢٢	٤٫١٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

		د١											
د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٩	٠,٥٠	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٨
	٠,٧٥	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	٠,٩٠	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٨	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢٢	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٨	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٦
	٠,٩٥	٣,٠١	٢,٩٤	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٣	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٥	٢,٧٣	٢,٧٢	٢,٧١
	..٩٧٥	٣,٧٧	٣,٦٧	٣,٦١	٣,٥٦	٣,٥١	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤٠	٣,٣٩	٣,٣٧	٣,٣٥	٣,٣٣
	٠,٩٩	٤,٩٦	٤,٨١	٤,٧٣	٤,٦٥	٤,٥٧	٤,٥٢	٤,٤٨	٤,٤٢	٤,٤٠	٤,٣٦	٤,٣٣	٤,٣١
١٠	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	٠,٧٥	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٨
	٠,٩٠	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٢	٢,١١	٢,٠٩	٢,٠٨	٢,٠٧	٢,٠٦	٢,٠٦
	٠,٩٥	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٤	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٨	٢,٥٦	٢,٥٥	٢,٥٤
	,٩٧٥	٣,٥٢	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣١	٣,٢٦	٣,٢٢	٣,٢٠	٣,١٥	٣,١٤	٣,١٢	٣,٠٩	٣,٠٨
	٠,٩٩	٤,٥٦	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٨	٤,٠١	٤	٣,٩٦	٣,٩٣	٣,٩١
١١	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥
	٠,٩٠	٢,١٧	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٥	٢,٠٤	٢,٠٣	٢	٢	١,٩٩	١,٩٨	١,٩٧
	٠,٩٥	٢,٧٢	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥١	٢,٤٩	٢,٤٦	٢,٤٥	٢,٤٣	٢,٤٢	٢,٤٠
	٠,٩٧٥	٣,٣٣	٣,٢٣	٣,١٧	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠٣	٣	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٢	٢,٩٠	٢,٨٨
	٠,٩٩	٤,٢٥	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨١	٣,٧٨	٣,٧١	٣,٦٩	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٠
١٢	٠,٥٠	١,٠١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٢	١,٤٢
	٠,٩٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠١	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٢	١,٩١	١,٩٠
	٠,٩٥	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٣	٢,٤٠	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠
	٠,٩٧٥	٣,١٨	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٦	٢,٩١	٢,٨٧	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٤	٢,٧٢
	٠,٩٩	٤,٠١	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥٧	٣,٥٤	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

$د_1$

$د_2$	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٥	٠,٥٠	٠,٤٧٨	٠,٧٢٦	٠,٨٢٦	٠,٨٧٨	٠,٩١١	٠,٩٣٣	٠,٩٤٨	٠,٩٦٠	٠,٩٧٠	٠,٩٧٧	٠,٩٨٤	٠,٩٨٩
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٩٠	٣,٠٧	٢,٧٠	٢,٤٩	٢,٣٦	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,٠٩	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠٢
	٠,٩٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٧١	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٨
	٠,٩٧٥	٦,٢٠	٤,٧٦	٤,١٥	٣,٨٠	٣,٥٨	٣,٤١	٣,٢٩	٣,٢٠	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠١	٢,٩٦
	٠,٩٩	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,١٤	٤	٣,٨٩	٣,٨٠	٣,٧٣	٣,٩٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٤٧٢	٠,٧١٨	٠,٨١٦	٠,٨٦٨	٠,٩٠٠	٠,٩٢٢	٠,٩٣٨	٠,٩٥٠	٠,٩٥٩	٠,٩٦٦	٠,٩٧٢	,٩٧٧
	٠,٧٥	١,٤٠	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩
	٠,٩٠	٢,٩٧	٢,٥٩	٢,٣٨	٢,٢٥	٢,١٦	٢,٠٩	٢,٠٤	٢	١,٩٦	١,٩٤	١,٩١	١,٨٩
	٠,٩٥	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٨
	٠,٩٧٥	٥,٨٧	٤,٤٦	٣,٨٦	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٣	٣,٠١	٢,٩١	٢,٨٤	٢,٧٧	٢,٧٢	٢,٦٨
	٠,٩٩	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٥٦	٣,٤٦	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣
٢٤	٠,٥٠	٠,٤٦٩	٠,٧١٤	٠,٨١٢	٠,٨٦٣	٠,٨٩٥	٠,٩١٧	٠,٩٣٢	٠,٩٤٤	٠,٩٥٣	٠,٩٦١	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢
	٠,٧٥	١,٣٩	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٤	١,٤٣	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦
	٠,٩٠	٢,٩٣	٢,٥٤	٢,٣٣	٢,١٩	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٣
	٠,٩٥	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٨
	٠,٩٧٥	٥,٧٢	٤,٣٢	٣,٧٢	٣,٣٨	٣,١٥	٢,٩٩	٢,٨٧	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤
	٠,٩٩	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٦	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٣
٣٠	٠,٥٠	٠,٤٦٦	٠,٧٠٩	٠,٨٠٧	٠,٨٥٨	٠,٨٩٠	٠,٩١٢	٠,٩٢٧	٠,٩٣٩	٠,٩٤٨	٠,٩٥٥	٠,٩٦١	٠,٩٦٦
	٠,٧٥	١,٣٨	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٥	١,٣٤
	٠,٩٠	٢,٨٨	٢,٤٩	٢,٢٨	٢,١٤	٢,٠٥	١,٩٨	١,٩٣	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧
	٠,٩٥	٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٩
	٠,٩٧٥	٥,٥٧	٤,١٨	٣,٥٩	٣,٢٥	٣,٠٣	٢,٨٧	٢,٧٥	٢,٦٥	٢,٥٧	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤١
	٠,٩٩	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٤٧	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٧	٢,٩٨	٢,٩١	٢,٨٤

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١٥	٠,٥٠	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٤١	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٦
	٠,٩٠	١,٩٧	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٣	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٦	١,٧٦
	٠,٩٥	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٢	٢,١١	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧
	٠,٩٧٥	٢,٨٦	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٥	٢,٥٢	٢,٤٧	٢,٤٦	٢,٤٤	٢,٤١	٢,٤٠
	٠,٩٩	٣,٥٢	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢١	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٥	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٢	٢,٨٩	٢,٨٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٩٨٩	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣١	١,٣٠	١,٣٠	١,٢٩
	٠,٩٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٩	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١
	٠,٩٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٥	١,٩١	١,٩٠	١,٨٨	١,٨٦	١,٨٤
	٠,٩٧٥	٢,٥٧	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٥	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٢	٢,١٧	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٠	٢,٠٩
	٠,٩٩	٣,٠٩	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٨	٢,٦٩	٢,٦٤	٢,٦١	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٤٨	٢,٤٤	٢,٤٢
٢٤	٠,٥٠	٠,٩٨٣	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	١,٧٨	١,٧٣	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٤	١,٦٢	١,٦١	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٤	١,٥٣
	٠,٩٥	٢,١١	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٥	١,٧٣
	٠,٩٧٥	٢,٤٤	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٢	٢,٠١	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٤
	٠,٩٩	٢,٨٩	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١
٣٠	٠,٥٠	٠,٩٧٨	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٣
	٠,٩٠	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٤	١,٦١	١,٥٧	١,٥٥	١,٥٤	١,٥١	١,٥٠	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦
	٠,٩٥	٢,٠١	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٨	١,٦٦	١,٦٤	١,٦٢
	٠,٩٧٥	٢,٣١	٢,٢٠	٢,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٧	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٧	١,٨٤	١,٨١	١,٧٩
	٠,٩٩	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٣	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠١

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٤٠	٠,٥٠	٠,٤٦٣	٠,٧٠٥	٠,٨٠٢	٠,٨٥٤	٠,٨٨٥	٠,٩٠٧	٠,٩٢٢	٠,٩٣٤	٠,٩٤٣	٠,٩٥٠	,٩٥٦	٠,٩٦١
	٠,٧٥	١,٣٦	١,٤٤	١,٤٢	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١
	٠,٩٠	٢,٨٤	٢,٤٤	٢,٢٣	٢,٠٩	٢	١,٩٣	١,٨٧	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٣	١,٧١
	٠,٩٥	٤,٠٨	٣,٢٣	٢,٨٤	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	٢
	٠,٩٧٥	٥,٤٢	٤,٠٥	٣,٤٦	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٩
	٠,٩٩	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٢	٢,٩٩	٢,٨٩	٢,٨٠	٢,٧٣	٢,٦٦
٦٠	٠,٥٠	٠,٤٦١	٠,٧٠١	٠,٧٩٨	٠,٨٤٩	٠,٨٨٠	٠,٩٠١	٠,٩١٧	٠,٩٢٨	٠,٩٣٧	٠,٩٤٥	,٩٥١	,٩٥٦
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٤٢	١,٤١	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩
	٠,٩٠	٢,٧٩	٢,٣٩	٢,١٨	٢,٠٤	١,٩٥	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٨	١,٦٦
	٠,٩٥	٤	٣,١٥	٢,٧٦	٢,٥٣	٢,٣٧	٢,٢٥	٢,١٧	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٢
	٠,٩٧٥	٥,٢٩	٣,٩٣	٣,٣٤	٣,٠١	٢,٧٩	٢,٦٣	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٢	٢,١٧
	٠,٩٩	٧,٠٨	٤,٩٨	٤,١٣	٣,٦٥	٣,٣٤	٣,١٢	٢,٩٥	٢,٨٢	٢,٧٢	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٤٥٨	,٦٩٧	٠,٧٩٣	٠,٨٤٤	٠,٨٧٥	٠,٨٩٦	٠,٩١٢	٠,٩٢٣	٠,٩٣٢	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥	,٩٥٠
	٠,٧٥	١,٣٤	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	٢,٧٥	٢,٣٥	٢,١٣	١,٩٩	١,٩٠	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٢	١,٦٠
	٠,٩٥	٣,٩٢	٣,٠٧	٢,٦٨	٢,٤٥	٢,٢٩	٢,١٨	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨٣
	٠,٩٧٥	٥,١٥	٣,٨٠	٣,٢٣	٢,٨٩	٢,٦٧	٢,٥٢	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٦	٢,١٠	٢,٠٥
	٠,٩٩	٦,٨٥	٤,٧٩	٣,٩٥	٣,٤٨	٣,١٧	٢,٩٦	٢,٧٩	٢,٦٦	٢,٥٦	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٤
∞	٠,٥٠	٠,٤٥٥	٠,٦٩٣	٠,٧٨٩	٠,٨٣٩	٠,٨٧٠	٠,٨٩١	٠,٩٠٧	٠,٩١٨	٠,٩٢٧	٠,٩٣٤	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤
	٠,٩٠	٢,٧١	٢,٣٠	٢,٠٨	١,٩٤	١,٨٥	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٥
	٠,٩٥	٣,٨٤	٣	٢,٦٠	٢,٣٧	٢,٢١	٢,١٠	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٥
	٠,٩٧٥	٥,٠٢	٣,٦٩	٣,١٢	٢,٧٩	٢,٥٧	٢,٤١	٢,٢٩	٢,١٩	٢,١١	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٤
	٠,٩٩	٦,٦٣	٤,٦١	٣,٧٨	٣,٣٢	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٥	٢,١٨

تابع جدول ٤

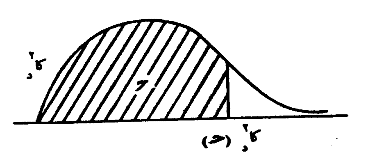
توزيع « ف »

د ١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٤٠	٠,٥٠	٠,٩٧٢	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٢	١,٢١	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٩
	٠,٩٠	١,٦٦	١,٦١	١,٥٧	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨
	٠,٩٥	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٥	١,٥٣	١,٥١
	٠,٩٧٥	٢,١٨	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٨٠	١,٧٤	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤
	٠,٩٩	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢	١,٩٤	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٣	١,٨٠
٦٠	٠,٥٠	٠,٩٦٧	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	٠,٩٩٨	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٧	١,١٧	١,١٦	١,١٥	١,١٥
	٠,٩٠	١,٦٠	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٤	١,٤١	١,٤٠	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩
	٠,٩٥	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٤	١,٤١	١,٣٩
	٠,٩٧٥	٢,٠٦	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٠	١,٥٨	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨
	٠,٩٩	٢,٣٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٣	١,٦٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٩٦١	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٣	٠,٩٩٤	١	١	١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,١١	١,١٠
	٠,٩٠	١,٥٥	١,٤٨	١,٤٥	١,٤١	١,٣٧	١,٣٤	١,٣٢	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٤	١,٢١	١,١٩
	٠,٩٥	١,٧٥	١,٦٦	١,٦١	١,٥٥	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٨	١,٢٥
	٠,٩٧٥	١,٩٥	١,٨٢	١,٧٦	١,٦٩	١,٦١	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٥	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٤	١,٣١
	٠,٩٩	٢,١٩	٢,٠٣	١,٩٥	١,٨٦	١,٧٦	١,٧٠	١,٦٦	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨
∞	٠,٥٠	٠,٩٥٦	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٧	٠,٩٨٩	٠,٩٩٣	٠,٩٩٤	٠,٩٩٧	٠,٩٩٩	٢
	٠,٧٥	١,٢٢	١,١٩	١,١٨	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,٠٩	١,٠٨	١,٠٧	١,٠٤	١
	٠,٩٠	١,٤٩	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٦	١,٢٤	١,١٨	١,١٧	١,١٣	١,٠٨	١
	٠,٩٥	١,٦٧	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٣٩	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٤	١,٢٢	١,١٧	١,١١	١
	٠,٩٧٥	١,٨٣	١,٧١	١,٦٤	١,٥٧	١,٤٨	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٠	١,٢٧	١,٢١	١,١٣	١
	٠,٩٩	٢,٠٤	١,٨٨	١,٧٩	١,٧٠	١,٥٩	١,٥٣	١,٤٧	١,٣٦	١,٣٢	١,٢٥	١,١٥	١

جـدول ٥

توزيع كا^{٢} chi - square distribution



القيم بالجدول هى قيم كا$^{٢}_{د}$ (ح) بحيث ح [س < كا$^{٢}_{د}$ (ح)] = ح

لدرجات الحرية (د) أكبر من ٣٠ يستخدم تقريب التوزيع الطبيعى :

$$\text{كا}^{٢}_{د}\,(\text{ح}) = د\left[\,١ - \frac{٢}{٩\,د} + \text{ط}\,(\text{ح})\,\frac{٢}{٩\,د}\,\right]^{٣}$$

حيث ط (ح) هى قيمة المتغير الطبيعى المعيارى .

جدول ٥
توزيع « كا^{٢} »

د/ح	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
١	١٠,٨٢٧	٧,٨٧٩	٦,٦٣٥	٥,٠٢٤	٣,٨٤١	٢,٧٠٦	١,٦٤٢	١,٠٧٤
٢	١٣,٨١٥	١٠,٦٠	٩,٢١٠	٧,٣٧٨	٥,٩٩١	٤,٦٠٥	٣,٢١٩	٢,٤٠٨
٣	١٦,٢٦٨	١٢,٨٤	١١,٣٤٥	٩,٣٤٨	٧,٨١٥	٦,٢٥١	٤,٦٤٢	٣,٦٦٥
٤	١٨,٤٦٥	١٤,٨٦	١٣,٢٧٧	١١,١٤	٩,٤٨٨	٧,٧٧٩	٥,٩٨٩	٤,٨٧٨
٥	٢٠,٥١٧	١٦,٧٥	١٥,٠٨٦	١٢,٨٣	١١,٠٧٠	٩,٢٣٦	٧,٢٨٩	٦,٠٦٤
٦	٢٢,٤٥٧	١٨,٥٥	١٦,٨١٢	١٤,٤٥	١٢,٥٩٢	١٠,٦٤٥	٨,٥٥٨	٧,٢٣١
٧	٢٤,٣٢٢	٢٠,٢٨	١٨,٤٧٥	١٦,٠١	١٤,٠٦٧	١٢,٠١٧	٩,٨٠٣	٨,٣٨٣
٨	٢٦,١٢٥	٢١,٩٥	٢٠,٠٩٠	١٧,٥٣	١٥,٥٠٧	١٣,٣٦٢	١١,٠٣٠	٩,٥٢٤
٩	٢٧,٨٧٧	٢٣,٥٩	٢١,٦٦٦	١٩,٠٢	١٦,٩١٩	١٤,٦٨٤	١٢,٢٤٢	١٠,٦٥٦
١٠	٢٩,٥٨٨	٢٥,١٩	٢٣,٢٠٩	٢٠,٤٨	١٨,٣٠٧	١٥,٩٨٧	١٣,٤٤٢	١١,٧٨١
١١	٣١,٢٦٤	٢٦,٧٦	٢٤,٧٢٥	٢١,٩٢	١٩,٦٧٥	١٧,٢٧٥	١٤,٦٣١	١٢,٨٩٩
١٢	٣٢,٩٠٩	٢٨,٣٠	٢٦,٢١٧	٢٣,٣٤	٢١,٠٢٦	١٨,٥٤٩	١٥,٨١٢	١٤,٠١١
١٣	٣٤,٥٢٨	٢٩,٨٢	٢٧,٦٨٨	٢٤,٧٤	٢٢,٣٦٢	١٩,٨١٢	١٦,٩٨٥	١٥,١١٩
١٤	٣٦,١٢٣	٣١,٣٢	٢٩,١٤١	٢٦,١٢	٢٣,٦٨٥	٢١,٠٦٤	١٨,١٥١	١٦,٢٢٢
١٥	٣٧,٦٩٧	٣٢,٨٠	٣٠,٥٧٨	٢٧,٤٩	٢٤,٩٩٦	٢٢,٣٠٧	١٩,٣١١	١٧,٣٢٢
١٦	٣٩,٢٥٢	٣٤,٢٧	٣٢,٠٠٠	٢٨,٨٥	٢٦,٢٩٦	٢٣,٥٤٢	٢٠,٤٦٥	١٨,٤١٨
١٧	٤٠,٧٩٠	٣٥,٧٢	٣٣,٤٠٩	٣٠,١٩	٢٧,٥٨٧	٢٤,٧٦٩	٢١,٦١٥	١٩,٥١١
١٨	٤٢,٣١٢	٣٧,١٦	٣٤,٨٠٥	٣١,٥٣	٢٨,٨٦٩	٢٥,٩٨٩	٢٢,٧٦٠	٢٠,٦٠١
١٩	٤٣,٨٢٠	٣٨,٥٨	٣٦,١٩١	٣٢,٨٥	٣٠,١٤٤	٢٧,٢٠٤	٢٣,٩٠٠	٢١,٦٨٩
٢٠	٤٥,٣١٥	٤٠,٠٠٠	٣٧,٥٦٦	٣٤,١٧	٣١,٤١٠	٢٨,٤١٢	٢٥,٠٣٨	٢٢,٧٧٥
٢١	٤٦,٧٩٧	٤١,٤٠	٣٨,٩٣٢	٣٥,٤٨	٣٢,٦٧١	٢٩,٦١٥	٢٦,١٧١	٢٣,٨٥٨
٢٢	٤٨,٢٦٨	٤٢,٨٠	٤٠,٢٨٩	٣٦,٤٨	٣٣,٩٢٤	٣٠,٨١٣	٢٧,٣٠١	٢٤,٩٣٩
٢٣	٤٩,٧٢٨	٤٤,١٨	٤١,٦٣٨	٣٨,٠٨	٣٥,١٧٢	٣٢,٠٠٧	٢٨,٤٢٩	٢٦,٠١٨
٢٤	٥١,١٧٩	٤٥,٥٦	٤٢,٩٨٠	٣٩,٣٦	٣٦,٤١٥	٣٣,١٩٦	٢٩,٥٥٣	٢٧,٠٩٦
٢٥	٥٢,٦٢٠	٤٦,٩٣	٤٤,٣١٤	٤٠,٦٥	٣٧,٦٥٢	٣٤,٣٨٢	٣٠,٦٧٥	٢٨,١٧٢
٢٦	٥٤,٠٥٢	٤٨,٢٩	٤٥,٦٤٢	٤١,٩٢	٣٨,٨٨٥	٣٥,٥٦٣	٣١,٧٩٥	٢٩,٢٤٦
٢٧	٥٥,٤٧٦	٤٩,٦٤	٤٦,٩٦٣	٤٣,١٩	٤٠,١١٣	٣٦,٧٤١	٣٢,٩١٢	٣٠,٣١٩
٢٨	٥٦,٨٩٣	٥٠,٩٩	٤٨,٢٧٨	٤٤,٤٦	٤١,٣٣٧	٣٧,٩١٦	٣٤,٠٢٧	٣١,٣٩١
٢٩	٥٨,٣٠٢	٥٢,٣٤	٤٩,٥٨٨	٤٥,٧٢	٤٢,٥٥٧	٣٩,٠٨٧	٣٥,١٣٩	٣٢,٤٦١
٣٠	٥٩,٧٠٣	٥٣,٦٧	٥٠,٨٩٢	٤٦,٩٨	٤٣,٧٧٣	٤٠,٢٥٦	٣٦,٢٥٠	٣٣,٥٣٠

جدول ٥

توزيع « كا^{٢} »

ح/د	٠٫٥٠	٠٫٣٠	٠٫٢٠	٠٫١٠	٠٫٠٥	٠٫٠٢٥	٠٫٠١	٠٫٠٠٥
١	٠٫٤٥٥	٠٫١٤٨	٠٫٠٦٤٢	٠٫٠١٥٨	٠٫٣٩٣	٫٠٠٠٩٨	٫٠٠٠١٦	٫٠٠٠٠٣٩
٢	١٫٣٨٦	٠٫٧١٣	٠٫٤٤٦	٠٫٢١١	٠٫١٠٣	٫٠٥١	٠٫٠٢٠١	٠٫٠١٠
٣	٢٫٣٦٦	١٫٤٢٤	١٫٠٠٥	٠٫٥٨٤	٠٫٣٥٢	٠٫٢٢	٠٫١١٥	٠٫٠٧
٤	٣٫٣٥٧	٢٫١٩٥	١٫٦٤٩	١٫٠٦٤	٠٫٧١١	٠٫٤٨	٠٫٢٩٧	٠٫٢١
٥	٤٫٣٥١	٣٫٠٠	٢٫٣٤٣	١٫٦١٠	١٫١٤٥	٠٫٨٣	٫٥٥٤	٠٫٤١
٦	٥٫٣٤٨	٣٫٨٢٨	٣٫٠٧٠	٢٫٢٠٤	١٫٦٣٥	١٫٢٤	٠٫٨٧٢	٠٫٦٨
٧	٦٫٣٤٦	٤٫٦٧١	٣٫٨٢٢	٢٫٨٣٣	٢٫١٦٧	١٫٦٩	١٫٢٣٩	٠٫٩٩
٨	٧٫٣٤٤	٥٫٥٢٧	٤٫٥٩٤	٣٫٤٩٠	٢٫٧٣٣	٢٫١٨	١٫٦٤٦	١٫٣٤
٩	٨٫٣٤٣	٦٫٣٩٣	٥٫٣٨٠	٤٫١٦٨	٣٫٣٢٥	٢٫٧٠	٢٫٠٨٨	١٫٧٣
١٠	٩٫٣٤٢	٧٫٢٦٧	٦٫١٧٩	٤٫٨٦٥	٣٫٩٤٠	٣٫٢٥	٢٫٥٥٨	٢٫١٦
١١	١٠٫٣٤١	٨٫١٤٨	٦٫٩٨٩	٥٫٥٧٨	٤٫٥٧٥	٣٫٨٢	٣٫٠٥٣	٢٫٦٠
١٢	١١٫٣٤٠	٩٫٠٣٤	٧٫٨٠٧	٦٫٣٠٤	٥٫٢٢٦	٤٫٤٠	٣٫٥٧١	٣٫٧٠
١٣	١٢٫٣٤٠	٩٫٩٢٦	٨٫٦٣٤	٧٫٠٤٢	٥٫٨٩٢	٥٫٠١	٤٫١٠٧	٣٫٥٧
١٤	١٣٫٣٣٩	١٠٫٨٢١	٩٫٤٦٧	٧٫٧٩٠	٦٫٥٧١	٥٫٦٣	٤٫٦٦٠	٤٫٠٧
١٥	١٤٫٣٣٩	١١٫٧٢١	١٠٫٣٠٧	٨٫٥٤٧	٧٫٢٦١	٦٫٢٦	٥٫٢٢٩	٤٫٦٠
١٦	١٥٫٣٣٨	١٢٫٦٢٤	١١٫١٥٢	٩٫٣١٢	٧٫٩٦٢	٦٫٩١	٥٫٨١٢	٥٫١٤
١٧	١٦٫٣٣٨	١٣٫٥٣١	١٢٫٠٠٢	١٠٫٠٨٥	٨٫٦٧٢	٧٫٥٦	٦٫٤٠٨	٥٫٧٠
١٨	١٧٫٣٣٨	١٤٫٤٤٠	١٢٫٨٥٧	١٠٫٨٦٥	٩٫٣٩٠	٨٫٢٣	٧٫٠١٥	٦٫٢٦
١٩	١٨٫٣٣٨	١٥٫٣٥٢	١٣٫٧١٦	١١٫٦٥١	١٠٫١١٧	٨٫٩١	٧٫٦٣٣	٦٫٨٥
٢٠	١٩٫٣٣٧	١٦٫٢٦٦	١٤٫٥٧٨	١٢٫٤٤٣	١٠٫٨٥١	٩٫٥٩	٨٫٢٦٠	٧٫٤٣
٢١	٢٠٫٣٣٧	١٧٫١٨٢	١٥٫٤٤٥	١٣٫٢٤٠	١١٫٥٩١	١٠٫٢٨	٨٫٨٩٧	٨٫٠٤
٢٢	٢١٫٣٣٧	١٨٫١٠١	١٦٫٣١٤	١٤٫٠٤١	١٢٫٣٣٨	١٠٫٩٨	٩٫٥٤٢	٨٫٦٤
٢٣	٢٢٫٣٣٧	١٩٫٠٢١	١٧٫١٨٧	١٤٫٨٤٨	١٣٫٠٩١	١١٫٦٩	١٠٫١٩٦	٩٫٢٦
٢٤	٢٣٫٣٣٧	١٩٫٩٤٣	١٨٫٠٦٢	١٥٫٦٥٩	١٣٫٨٤٨	١٢٫٤٠	١٠٫٨٥٦	٩٫٨٩
٢٥	٢٤٫٣٣٧	٢٠٫٨٦٧	١٨٫٩٤٠	١٦٫٤٧٣	١٤٫٦١١	١٣٫١٢	١١٫٥٢٤	١٠٫٥٢
٢٦	٢٥٫٣٣٦	٢١٫٧٩٢	١٩٫٨٢٠	١٧٫٢٩٢	١٥٫٣٧٩	١٣٫٨٤	١٢٫١٩٨	١١٫١٦
٢٧	٢٦٫٣٣٦	٢٢٫٧١٩	٢٠٫٧٠٣	١٨٫١١٤	١٦٫١٥١	١٤٫٥٧	١٢٫٨٧٩	١١٫٨١
٢٨	٢٧٫٣٣٦	٢٣٫٦٤٧	٢١٫٥٨٨	١٨٫٩٣٩	١٦٫٩٢٨	١٥٫٣١	١٣٫٥٦٥	١٢٫٤٦
٢٩	٢٨٫٣٣٦	٢٤٫٥٧٧	٢٢٫٤٧٥	١٩٫٧٦٨	١٧٫٧٠٨	١٦٫٠٥	١٤٫٢٥٦	١٣٫١٢
٣٠	٢٩٫٣٣٦	٢٥٫٥٠٨	٢٣٫٣٦٤	٢٠٫٥٩٩	١٨٫٤٩٣	١٦٫٧٩	١٤٫٩٥٣	١٣٫٧٩

جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

The hypergeometric distribution

الجدول يعرض الاحتمال $\text{ح}_{\text{ن، ں، أ}}(\text{س})$ وكذا $\text{ح}_{\text{ن، ں، أ}}(\text{س})$ ويقتصر على حالة ن = ١٠

العلامة العشرية محذوفة لتبسيط العرض ــ تقسم القيم على ١,٠٠٠,٠٠٠

لزيادة الانتفاع بالجداول يمكن الاستعانة بالعلاقات التالية :

$$\text{ح}_{\text{ن، ں، أ}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، أ، ں}}(\text{س})$$

$$\text{ح}_{\text{ن، ں، أ}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، أ، ں}}(\text{س})$$

يمكن الاستعانة بتقريب توزيع ذى الحدين ــ وذلك فى حالة توافر الشروط المحددة لذلك ، حيث :

$$\text{ح}_{\text{ن، ں، أ}}(\text{س}) \approx \text{ح}_{\text{ں}، \frac{\text{أ}}{\text{ن}}}(\text{س})$$

ں	أ	س	ح (س)	ح (س)
١	١	٠	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
١	١	١	١٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٢	١	٠	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٢	١	١	٢٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٢	٢	٠	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٢	٢	١	٣٥٥ ٥٥٦	٩٧٧ ٧٧٨
٢	٢	٢	٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	١	٠	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٣	١	١	٣٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٢	٠	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٣	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٣	٢	٢	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٣	٠	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٣	٣	١	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٣	٣	٢	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٣	٣	٣	٠٠٨ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	١	٠	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٤	١	١	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٢	٠	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٤	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٤	٢	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٣	٠	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٤	٣	١	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٣	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٤	٠	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٤	٤	١	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٤	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٤	٤	٣	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٤	٤	٤	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	١	٠	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٥	١	١	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٢	٠	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٥	٢	١	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٥	٢	٢	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٠	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٥	٣	١	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٢	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٥	٣	٣	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٤	٠	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٥	٤	١	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٥	٤	٢	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٥	٤	٣	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٥	٤	٤	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٠	٠٠٣ ٩٦٨	٠٠٣ ٩٦٨
٥	٥	١	٠٩٩ ٢٠٦	١٠٣ ١٧٥
٥	٥	٢	٣٩٦ ٨٢٥	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٣	٣٩٦ ٨٢٥	٨٩٦ ٨٢٥
٥	٥	٤	٠٩٩ ٢٠٦	٩٩٦ ٠٣٢
٥	٥	٥	٠٠٣ ٩٦٨	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	١	٠	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٦	١	١	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٢	٠	١٣٣ ٣٣٣	١٣٣ ٣٣٣
٦	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٦	٢	٢	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٣	٠	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣

تابع جدول ٩

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٦	٣	١	٣٠٠٠٠٠	٣٣٣٣٣٣
٦	٣	٢	٥٠٠٠٠٠	٨٣٣٣٣٣
٦	٣	٣	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٤	٠	٠٠٤ ٧٦٢	٠٠٤ ٧٦٢
٦	٤	١	١١٤ ٢٨٦	١١٩ ٠٤٨
٦	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٥٤٧ ٦١٩
٦	٤	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٩٢٨ ٥٧١
٦	٤	٤	٠٧١ ٤٢٩	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٥	١	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٦	٥	٢	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٦	٥	٣	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٦	٥	٤	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٦	٥	٥	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٦	٢	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٦	٦	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٦	٦	٤	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٦	٦	٥	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٦	٦	٦	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	١	٠	٣٠٠ ٠٠٠	٣ ٠٠ ٠٠٠
٧	٧	١	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٢	٠	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٧	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٧	٢	٢	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٣	٠	٠٠٨ ٣٣٣	٠٠٨ ٣٣٣

تابع جدول ٦
التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٧	٣	١	١٧٥ ٠٠٠	١٨٣ ٣٣٣
٧	٣	٢	٥٢٥ ٠٠٠	٧٠٨ ٣٣٣
٧	٣	٣	٢٩١ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٤	١	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٣	٥٠٠ ٠٠٠	٨٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٤	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٢	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٧	٥	٣	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٤	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٧	٥	٥	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٦	٣	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٥	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٦	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٧	٤	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٧	٧	٥	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٧	٧	٦	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٧	٧	٧	٠٠٠ ٨٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	١	٠	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٨	١	١	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٢	٠	٠٢٢ ٢٢٢	٠٢٢ ٢٢٢
٨	٢	١	٣٥٥ ٥٥٦	٣٧٧ ٧٧٨
٨	٢	٢	٦٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومترى

ن	أ	س	ح (س)	ح (س)
٨	٣	١	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٨	٣	٢	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٨	٣	٣	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٤	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٣٣٣ ٣٣٣
٨	٤	٣	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٨	٤	٤	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٥	٣	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢
٨	٥	٤	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٨	٥	٥	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٦	٤	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٨	٦	٥	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٨	٦	٦	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٧	٥	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٧	٦	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٨	٧	٧	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٨	٦	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٨	٨	٧	٣٥٥ ٥٥٦	٩٧٧ ٧٧٨
٨	٨	٨	٠٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	١	٠	١٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠
٩	١	١	٩٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٢	١	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٩	٢	٢	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٣	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦
التوزيع الهيرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٩	٤	٣	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٩	٤	٤	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٥	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٥	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٦	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٦	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٧	٣٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٧	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٨	٢٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٨	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٩	١٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

جدول ٧

توزيع ذي الحدين المتجمع

Cumulative binomial distribution

الجدول يعرض قيم ح ن ، ق (س)

ح ن ، ق (س) = ١ − ح ن ، ١ − ق (ن − س − ١)

ن	س/ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١	٠	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥	٠,٩٩
٢	٠	٠,٢٥	٠,٣٦	٠,٤٩	٠,٦٤	٠,٨١	٠,٩٠٢٥	٠,٩٨٠١
	١	٠,٧٥	٠,٨٤	٠,٩١	٠,٩٦	٠,٩٩	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩
٣	٠	٠,١٢٥	٠,٢١٦	٠,٣٤٣	٠,٥١٢	٠,٧٢٩	٠,٨٥٧٤	٠,٩٧٠٣
	١	٠,٥٠	٠,٦٤٨	٠,٧٨٤	٠,٨٩٦	٠,٩٧٢	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٩٧
	٢	٠,٨٧٥	٠,٩٣٦	٠,٩٧٣	٠,٩٩٢	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩	١
٤	٠	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٩٦	٠,٢٤٠١	٠,٤٠٩٦	٠,٦٥٦١	٠,٨١٤٥	٠,٩٦٠٦
	١	٠,٣١٢٥	٠,٤٧٥٢	٠,٦٥١٧	٠,٨١٩٢	٠,٩٤٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٩٤
	٢	٠,٦٨٧٥	٠,٨٢٠٨	٠,٩١٦٣	,٩٧٢٨	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٥	١
	٣	٠,٩٣٧٥	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩١٩	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١
٥	٠	٠,٠٣١٣	٠,٠٧٧٨	,١٦٨١	٠,٣٢٧٧	٠,٥٩٠٥	٠,٧٧٣٨	٠,٩٥١٠
	١	٠,١٨٧٥	٠,٣٣٧	٠,٥٢٨٢	٠,٧٣٧٣	٠,٩١٨٥	٠,٩٧٧٤	٠,٩٩٩
	٢	٠,٥٠٠٠	٠,٦٨٢٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٤٢١	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٨٨	١
	٣	٠,٨١٢٥	٠,٩١٣	٠,٩٦٩٢	٠,٩٩٣٣	٠,٩٩٩٥	١	١
	٤	٠,٩٦٨٨	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١
٦	٠	٠,٠١٥٦	٠,٠٤٦٧	٠,١١٧٦	٠,٢٦٢١	٠,٥٣١٤	٠,٧٣٥١	٠,٩٤١٥
	١	٠,١٠٩٤	٠,٢٣٣٣	٠,٤٤٠٧	٠,٦٥٥٤	٠,٨٨٥٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٥
	٢	٠,٣٤٣٨	٠,٥٤٤٣	٠,٧٤٤٣	٠,٩٠١١	٠,٩٨٤١	٠,٩٩٧٨	١
	٣	٠,٦٥٦٣	٠,٨٢٠٨	٠,٩٢٩٥	٠,٩٨٣	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١
	٤	٠,٨٩٠٦	٠,٩٥٩	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٦	٥	٠,٩٨٤٤	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
٧	٠	٠,٠٠٧٨	٠,٠٢٨٠	٠,٠٨٢٤	٠,٢٠٩٧	٠,٤٧٨٣	٠,٦٩٨٣	٠,٩٣٢١
	١	٠,٠٦٢٥	٠,١٥٨٦	٠,٣٢٩٤	٠,٥٧٦٧	٠,٨٥٠٣	٠,٩٥٥٦	٠,٩٩٨٠
	٢	٠,٢٢٦٦	٠,٤١٩٩	٠,٦٤٧١	٠,٨٥٢٠	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٦٢	١
	٣	٠,٥٠٠٠	٠,٧١٠٢	٠,٨٧٤٠	٠,٩٦٦٧	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٩٨	١
	٤	٠,٧٧٣٤	٠,٩٠٣٧	٠,٩٧١٢	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٨	١	١
	٥	٠,٩٣٧٥	٠,٩٨١٢	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٦	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
٨	٠	٠,٠٠٣٩	٠,٠١٦٨	٠,٠٥٧٦	٠,١٦٧٨	٠,٤٣٠٥	٠,٦٦٣٤	٠,٩٢٢٧
	١	٠,٠٣٥٢	٠,١٠٦٤	٠,٢٥٥٣	٠,٥٠٣٣	٠,٨١٣١	٠,٩٤٢٨	٠,٩٩٧٣
	٢	٠,١٤٤٥	٠,٣١٥٤	٠,٥٥١٨	٠,٧٩٦٩	٠,٩٦١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٣٦٣٣	٠,٥٩٤١	٠,٨٠٥٩	٠,٩٤٣٧	٠,٩٩٥	٠,٩٩٩٦	١
	٤	٠,٦٣٦٧	٠,٨٢٦٣	٠,٩٤٢٠	٠,٩٨٩٦	,٩٩٩٦	١	١
	٥	٠,٨٥٥٥	٠,٩٥٠٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٨٨	١	١	١
	٦	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩١٥	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٧	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
٩	٠	٠,٠٠٢	٠,٠١٠١	٠,٠٤٠٤	٠,١٣٤٢	٠,٣٨٧٤	٠,٦٣٠٢	٠,٩١٣٥
	١	٠,٠١٩٥	٠,٠٧٠٥	٠,١٩٦٠	٠,٤٣٦٢	٠,٧٧٤٨	٠,٩٢٨٨	٠,٩٩٦٦
	٢	٠,٠٨٩٨	٠,٢٣١٨	٠,٤٦٢٨	٠,٧٣٨٢	٠,٩٤٧٠	٠,٩٩١٦	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٢٥٣٩	٠,٤٨٢٦	٠,٧٢٩٧	٠,٩١٤٤	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٤	١
	٤	٠,٥٠٠٠	٠,٧٣٣٤	٠,٩٠١٢	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩١	١	١
	٥	٠,٧٤٦١	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٤٧	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٩١٠٢	٠,٩٧٥٠	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٧	٠,٩٨٠٥	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ف	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٩	٨	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١
١٠	٠	٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٢٨٢	.١٠٧٤	٠,٣٤٨٧	٠,٥٩٨٧	٠,٩٠٤٤
	١	٠,٠١٠٧	٠,٠٤٦٤	٠,١٤٩٣	٠,٣٧٥٨	٠,٧٣٦١	٠,٩١٣٩	٠,٩٩٥٧
	٢	٠,٠٥٤٧	٠,١٦٧٣	٠,٣٨٢٨	٠,٦٧٧٨	٠,٩٢٩٨	٠,٩٨٨٥	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,١٧١٩	٠,٣٨٢٣	٠,٦٤٩٦	٠,٨٧٩١	٠,٩٨٧٢	٠,٩٩٩٠	١
	٤	٠,٣٧٧	٠,٦٣٣١	٠,٨٤٩٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١
	٥	٠,٦٢٣	٠,٦٣٣٨	٠,٩٥٢٦	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٨٢٨١	٠,٩٤٥٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١	١	١
	٧	٠,٩٤٥٣	٠,٩٨٧٧	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٨	٠,٩٨٩٣	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٩	٠,٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
١١	٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٣٦	٠,٠١٩٨	٠,٠٨٥٩	٠,٣١٣٨	٠,٥٦٨٨	٠,٨٩٥٣
	١	٠,٠٠٥٩	٠,٠٣٠٢	٠,١١٣٠	٠,٣٢٢١	٠,٦٩٧٤	٠,٨٩٨١	٠,٩٩٤٨
	٢	٠,٠٣٢٧	٠,١١٨٩	٠,٣١٢٧	٠,٦١٧٤	٠,٩١٠٤	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,١١٣٣	٠,٢٩٦٣	٠,٥٦٩٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٨١٥	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠
	٤	٠,٢٧٤٤	٠,٥٣٢٨	٠,٧٨٩٧	٠,٩٤٩٦	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠
	٥	٠,٥٠٠٠	٠,٧٥٣٥	٠,٩٢١٨	٠,٩٨٨٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠	١
	٦	٠,٧٢٥٦	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٨٤	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠	١	١
	٧	٠,٨٨٦٧	٠,٩٧٠٧	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	٨	٠,٩٦٧٣	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠	١	١	١
	٩	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٣	١	١	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
١٢	٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٢	٠,٠١٣٨	٠,٠٦٨٧	٠,٢٨٢٤	٠,٥٤٠٤	٠,٨٨٦٤
	١	٠,٠٠٣٢	٠,٠١٩٦	٠,٠٨٥٠	٠,٢٧٤٩	٠,٦٥٩٠	٠,٨٨١٦	٠,٩٩٣٨

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٢	٢	٠,٠١٩٣	٠,٠٨٣٤	٠,٢٥٢٨	٠,٥٥٨٣	٠,٨٨٩١	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,٠٧٣٠	٠,٢٢٥٣	٠,٤٩٢٥	٠,٧٩٤٦	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩٧٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٩٣٨	٠,٤٣٨٢	٠,٧٢٣٧	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٣٨٧٢	٠,٦٦٥٢	٠,٨٨٢١	٠,٩٨٠٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٦٢١٨	٠,٨٤١٨	٠,٩٦١٤	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٨٠٦٢	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٠٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٥٠
	٨	٠,٩٢٧٠	٠,٩٨٤٧	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٩	٠,٩٨٠٧	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٦٨	,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٣	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٩٧	٠,٠٥٥٠	٠,٢٥٤٢	٠,٥١٣٣	٠,٨٧٧٥
	١	٠,٠٠١٧	٠,٠١٢٦	٠,٠٦٣٧	٠,٢٣٣٦	٠,٦٢١٣	٠,٨٦٤٦	٠,٩٩٢٨
	٢	٠,٠١١٢	٠,٠٥٧٩	٠,٢٠٢٥	٠,٥٠١٧	٠,٨٦٦١	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٤٦١	٠,١٦٨٩	٠,٤٢٠٦	٠,٧٤٧٣	٠,٩٦٥٨	٠,٩٩٦٩	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٣٣٤	٠,٣٥٣٠	٠,٦٥٤٣	٠,٩٠٠٩	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢٩٠٥	٠,٥٧٤٤	٠,٨٣٤٦	٠,٩٧٠٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٥٠٠٠	٠,٧٧١٢	٠,٩٣٧٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٧٠٩٥	٠,٩٠٢٣	٠,٩٨١٨	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٨٦٦٦	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٩٨	١	٠١	١
	٩	٠,٩٥٣٩	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٨٨٨	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٤	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٦٨	٠,٠٤٤٠	٠,٢٢٨٨	٠,٤٨٧٧	٠,٨٦٨٧
	١	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٨١	٠,٠٤٧٥	٠,١٩٧٩	٠,٥٨٤٦	٠,٨٤٧٠	٠,٩٩١٦
	٢	٠,٠٠٦٥	٠,٠٣٩٨	٠,١٦٠٨	٠,٤٤٨١	٠,٨٤١٦	٠,٩٦٩٩	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٢٨٧	٠,١٢٤٣	٠,٣٥٥٢	٠,٦٩٨٢	٠,٩٥٥٩	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٨٩٨	٠,٢٧٩٣	٠,٥٨٤٢	٠,٨٧٠٢	٠,٩٩٠٨	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢١٢٠	٠,٤٨٥٩	٠,٧٨٠٥	٠,٩٥٦١	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٩٥٣	٠,٦٩٢٥	٠,٩٠٦٧	٠,٩٨٨٤	,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٦٠٤٧	٠,٨٤٩٩	٠,٩٦٨٥	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٧٨٨٠	٠,٩٤١٧	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٩	٠,٩١٠٢	٠,٩٨٧٥	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٧١٣	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٥	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٤٧	٠,٠٣٥٢	٠,٢٠٥٩	٠,٤٦٣٣	٠,٨٦٠١
	١	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٥٢	٠,٠٣٥٣	٠,١٦٧١	٠,٥٤٩٠	٠,٨٢٩٠	٠,٩٩٠٤
	٢	٠,٠٠٣٧	٠,٠٢٧١	٠,١٢٦٨	٠,٣٩٨٠	٠,٨١٥٩	٠,٩٦٣٨	٠,٩٩٩٦
	٣	٠,٠١٧٦	٠,٠٩٠٥	٠,٢٩٦٩	٠,٦٤٨٢	٠,٩٤٤٤	٠,٩٩٤٥	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٥٩٢	٠,٢١٧٣	٠,٥١٥٥	٠,٨٣٥٨	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٥٠٩	٠,٤٠٣٢	٠,٧٢١٦	٠,٩٣٨٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٠٣٦	٠,٦٠٩٨	٠,٨٦٨٩	٠,٩٨١٩	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٥٠٠٠	٠,٧٨٦٩	٠,٩٥٠٠	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٦٩٦٤	٠,٩٠٥٠	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٢	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٥	٩	٠,٨٤٩١	٠,٩٦٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٠	٠,٩٤٠٨	٠,٩٩٠٧	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٨٢٤	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٦	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٨١	٠,١٨٥٣	٠,٤٤٠١	٠,٨٥١٥
	١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٦١	٠,١٤٠٧	٠,٥١٤٧	٠,٨١٠٨	٠,٩٨٩١
	٢	٠,٠٠٢١	٠,٠١٨٣	٠,٠٩٩٤	٠,٣٥١٨	٠,٧٨٩٢	٠,٩٥٧١	٠,٩٩٩٥
	٣	٠,٠١٠٦	٠,٠٦٥١	٠,٢٤٥٩	٠,٥٩٨١	٠,٩٣١٦	٠,٩٩٣٠	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٣٨٤	٠,١٦٦٦	٠,٤٤٩٩	٠,٧٩٨٢	٠,٩٨٣٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٠٥١	٠,٣٢٨٨	٠,٦٥٩٨	٠,٩١٨٢	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٢٢٧٢	٠,٥٢٧٢	٠,٨٢٤٧	٠,٩٧٣٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٤٠١٨	٠,٧١٦١	٠,٩٢٥٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٩٨٢	٠,٨٥٧٧	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٧٧٢٨	٠,٩٤١٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١٠	٠,٨٩٤٩	٠,٩٨٠٩	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٦١٦	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٧	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٣	٠,٠٢٢٥	٠,١٦٦٨	٠,٤١٨١	٠,٨٤٢٩
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٢١	٠,٠١٩٣	٠,١١٨٢	٠,٤٨١٨	٠,٧٩٢٢	٠,٩٨٧٧
	٢	٠,٠٠١٢	٠,٠١٢٣	٠,٠٧٧٤	٠,٣٠٩٦	٠,٧٦٦٨	٠,٩٤٩٧	٠,٩٩٩٤
	٣	٠,٠٠٦٤	٠,٠٤٦٤	٠,٢٠١٩	٠,٥٤٨٩	٠,٩١٧٤	٠,٩٩١٢	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٢٤٥	٠,١٢٦٠	٠,٣٨٨٧	٠,٧٥٨٢	٠,٩٧٧٩	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٧١٧	٠,٢٦٣٩	٠,٥٩٦٨	٠,٨٩٤٣	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,١٦٦٢	٠,٤٤٧٨	٠,٧٧٥٢	٠,٩٦٢٣	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٣١٤٥	٠,٦٤٠٥	٠,٨٩٥٤	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٠٠٠	٠,٨٠١١	٠,٩٥٩٧	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٦٨٥٥	٠,٩٠٨١	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٥	١	١	١
	١٠	٠,٨٣٣٨	٠,٩٦٥٢	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١١	٠,٩٢٨٣	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٨	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٦	٠,٠٢٨٠	٠,١٥٠١	٠,٣٩٧٢	٠,٨٣٤٥
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠١٤٢	٠,٠٩٩١	٠,٤٥٠٣	٠,٧٧٣٥	٠,٩٨٦٢
	٢	٠,٠٠٠٧	٠,٠٠٨٢	٠,٠٦٠٠	٠,٢٧١٣	٠,٧٣٣٨	٠,٩٤١٩	٠,٩٩٩٣
	٣	٠,٠٠٣٨	٠,٠٣٢٨	٠,١٦٤٦	٠,٥٠١٠	٠,٩٠١٨	٠,٩٨٩١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠١٥٤	٠,٠٩٤٢	٠,٣٣٢٧	٠,٧١٦٤	٠,٩٧١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٤٨١	٠,٢٠٨٨	٠,٥٣٤٤	٠,٨٦٧١	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٨	٦	٠,١١٨٩	٠,٣٧٤٣	٠,٧٢١٧	٠,٩٤٨٧	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٢٤٠٣	٠,٥٦٣٤	٠,٨٥٩٣	٠,٩٨٣٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٤٠٧٣	٠,٧٣٦٨	٠,٩٤٠٤	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٩٢٧	٠,٨٦٥٣	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٩١	١	١	١
	١٠	٠,٧٥٩٧	٠,٩٤٢٤	٠,٩٩٣٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١١	٠,٨٨١١	٠,٩٧٩٧	٠,٩٩٨٦	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٥١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٨٤٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٩	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١١	٠,٠١٤٤	٠,١٣٥١	٠,٣٧٧٤	٠,٨٢٦٢
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١٠٤	٠,٠٨٢٩	٠,٤٢٠٣	٠,٧٥٤٧	٠,٩٨٤٧
	٢	٠,٠٠٠٤	٠,٠٠٥٥	٠,٠٤٦٢	٠,٢٣٦٩	٠,٧٠٥٤	٠,٩٣٣٥	٠,٩٩٩١
	٣	٠,٠٠٢٢	٠,٠٢٣٠	٠,١٣٣٢	٠,٤٥٥١	٠,٨٨٥٠	٠,٩٨٦٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٩٦	٠,٠٦٩٦	٠,٢٨٢٢	٠,٦٧٣٣	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٣١٨	٠,١٦٢٩	٠,٤٧٣٩	٠,٨٣٦٩	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٨٣٥	٠,٣٠٨١	٠,٦٦٥٥	٠,٩٣٢٤	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٧٩٦	٠,٤٨٧٨	٠,٨١٨٠	٠,٩٧٦٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٣٢٣٨	٠,٦٦٧٥	٠,٩١٦١	٠,٩٩٣٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٠٠٠	٠,٨١٣٩	٠,٩٦٧٤	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	١٠	٠,٦٧٦٢	٠,٩١١٥	٠,٩٨٩٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ف	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٩	١١	٠,٨٢٠٤	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٩١٦٥	٠,٩٨٨٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٦٨٢	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٢٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١١٥	٠,١٢١٦	٠,٣٥٨٥	٠,٨١٧٩
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٧٦	٠,٠٦٩٢	٠,٣٩١٧	٠,٧٣٥٨	٠,٩٨٣١
	٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٣٦	٠,٠٣٥٥	٠,٢٠٦١	٠,٦٧٦٩	٠,٩٢٤٥	٠,٩٩٩٠
	٣	٠,٠٠١٣	٠,٠١٦٠	٠,١٠٧١	٠,٤١١٤	٠,٨٦٧٠	٠,٩٨٤١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٥٩	٠,٠٥١٠	٠,٢٣٧٥	٠,٦٢٩٦	٠,٩٥٦٨	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٢٠٧	٠,١٢٥٦	٠,٤١٦٤	٠,٨٠٤٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٥٧٧	٠,٢٥٠٠	٠,٦٠٨٠	٠,٩١٣٣	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٣١٦	٠,٤١٥٩	٠,٧٧٢٣	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٢٥١٧	٠,٥٩٥٦	٠,٨٨٦٧	٠,٩٩٠٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٤١١٩	٠,٧٥٥٣	٠,٩٥٢٠	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٥٨٨١	٠,٨٧٢٥	٠,٩٨٢٩	٠,٩٨٧٩	٠,٩٩٩٤	١	١
	١١	٠,٧٤٨٣	٠,٩٤٣٥	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٨٦٨٤	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٤٢٣	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٧٩٣	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٢٠	١٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	١٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٥٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٢	٠,٠٧٦٩	٠,٦٠٥٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٣٣٨	٠,٢٧٩٤	٠,٩١٠٦
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٣	٠,١١١٧	٠,٥٤٠٥	٠,٩٨٦٢
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٢٥٠٣	٠,٧٦٠٤	٠,٩٩٨٤
	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٥	٠,٤٣١٢	٠,٨٩٦٤	٠,٩٩٩٩
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٧	٠,٠٤٨٠	٠,٦١٦١	٠,٩٦٢٢	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٥	٠,١٠٣٤	٠,٧٧٠٢	٠,٩٨٨٢	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٧٣	٠,١٩٠٤	٠,٨٧٧٩	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٣	٠,٣٠٧٣	٠,٩٤٢١	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠٤٠٢	٠,٤٤٣٧	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٠٧٨٩	٠,٥٨٣٦	٠,٩٩٠٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,١٣٩٠	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٣٣	٠,٢٢٢٩	٠,٨١٣٩	٠,٩٩٩٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٥	٠,٠٢٨٠	٠,٣٢٧٩	٠,٨٨٩٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠١٣	٠,٠٥٤٠	٠,٤٤٦٨	٠,٩٣٩٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٣٣	٠,٠٩٥٥	٠,٥٦٩٢	٠,٩٦٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٧٧	٠,١٥٦١	٠,٦٨٣٩	٠,٩٨٥٦	١	١	١
	١٧	٠,٠١٦٤	٠,٢٣٦٩	٠,٧٨٢٢	٠,٩٩٣٧	١	١	١
	١٨	٠,٠٣٢٥	٠,٣٣٥٦	٠,٨٥٩٤	٠,٩٩٧٥	١	١	١
	١٩	٠,٠٥٩٥	٠,٤٤٦٥	٠,٩١٥٢	٠,٩٩٩١	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٥٠	٢٠	٠,١٠١٣	٠,٥٦١٠	٠,٩٥٢٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٢١	٠,١٦١١	٠,٦٧٠١	٠,٩٧٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٢٢	٠,٢٣٩٩	٠,٧٦٦٠	٠,٩٨٧٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٢٣	٠,٣٣٥٩	٠,٨٤٣٨	٠,٩٩٤٤	١	١	١	١
	٢٤	٠,٤٤٣٩	٠,٩٠٢٢	٠,٩٩٧٦	١	١	١	١
	٢٥	٠,٥٥٦١	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٩١	١	١	١	١
	٢٦	٠,٦٦٤١	٠,٩٦٨٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٢٧	٠,٧٦٠١	٠,٩٨٤٠	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٢٨	٠,٨٣٨٩	٠,٩٩٢٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	٢٩	٠,٨٩٨٧	٠,٩٩٦٦	١	١	١	١	١
	٣٠	٠,٩٤٠٥	٠,٩٩٨٦	١	١	١	١	١
	٣١	٠,٩٦٧٥	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١
	٣٢	٠,٩٨٣٦	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٣٣	٠,٩٩٢٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٣٤	٠,٩٩٦٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٣٥	٠,٩٩٨٧	١	١	١	١	١	١
	٣٦	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
	٣٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٣٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٠٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٩	٠,٣٦٦٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٣٧١	٠,٧٣٥٨
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٩	٠,١١٨٣	٠,٩٢٠٦
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٧٨	٠,٢٥٧٨	٠,٩٨١٦

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٣٧	٠,٤٣٦٠	٠,٩٩٦٦
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٥٧٦	٠,٦١٦٠	٠,٩٩٩٥
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,١١٧٢	٠,٧٦٦٠	٠,٩٩٩٩
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٢٠٦١	٠,٨٧٢٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٩	٠,٣٢٠٩	٠,٩٣٦٩	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٣	٠,٤٥١٣	٠,٩٧١٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٥٨٣٢	٠,٩٨٨٥	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٢٦	٠,٧٠٣٠	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٥٣	٠,٨٠١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٦٩	٠,٨٧٦١	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٨٠٤	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٤	٠,١٢٨٥	٠,٩٦٠١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٠	٠,١٩٢٣	٠,٩٧٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٢٧١٢	٠,٩٩٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٥	٠,٣٦٢١	٠,٩٩٥٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٦٥	٠,٥٥٩٥	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٨٨	٠,٦٥٤٠	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٧٩	٠,٧٣٨٩	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٧٥٥	٠,٨١٠٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٦	٠,١١٣٦	٠,٨٦٨٦	١	١	١
	٢٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٢	٠,١٦٣١	٠,٩١٢٥	١	١	١
	٢٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٤	٠,٢٢٤٤	٠,٩٤٤٧	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٢٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٦	٠,٢٩٩٤	٠,٩٦٥٨	١	١	١
	٢٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٤	٠,٣٧٦٨	٠,٩٨٠٠	١	١	١
	٢٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٤٨	٠,٤٦٢٣	٠,٩٨٨٨	١	١	١
	٣٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٤٨	٠,٥٤٩١	٠,٩٩٣٩	١	١	١
	٣١	٠,٠٠٠١	٠,٠٣٩٨	٠,٦٣٣١	٠,٩٩٦٩	١	١	١
	٣٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٦١٥	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	٣٣	٠,٠٠٠٤	٠,٠٩١٣	٠,٧٧٩٣	٠,٩٩٩٣	١	١	١
	٣٤	٠,٠٠٠٩	٠,١٣٠٣	٠,٨٣٧١	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٣٥	٠,٠٠١٨	٠,١٧٩٥	٠,٨٨٣٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٦	٠,٠٠٣٣	٠,٢٣٨٦	٠,٩٢٠١	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٧	٠,٠٠٦٠	٠,٣٠٦٨	٠,٩٤٧٠	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٣٨	٠,٠١٠٥	٠,٣٨٢٢	٠,٩٦٦٠	١	١	١	١
	٣٩	٠,٠١٧٦	٠,٤٦٢١	٠,٩٧٩٠	١	١	١	١
	٤٠	٠,٠٢٨٤	٠,٥٤٣٣	٠,٩٨٧٥	١	١	١	١
	٤١	٠,٠٤٤٣	٠,٦٢٢٥	٠,٩٩٢٨	١	١	١	١
	٤٢	٠,٠٦٦٦	٩,٦٩٦٧	٠,٩٩٦٠	١	١	١	١
	٤٣	٠,٠٩٦٧	٠,٧٦٣٥	٠,٩٩٦٩	١	١	١	١
	٤٤	٠,١٣٥٦	٠,٨٢١١	٠,٩٩٨٩	١	١	١	١
	٤٥	٠,١٨٤١	٠,٨٦٨٩	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١
	٤٦	٠,٢٤٢١	٠,٩٠٧٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٤٧	٠,٣٠٨٦	٠,٩٣٦٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٨	٠,٣٨٢٢	٠,٩٥٧٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٧٢٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٥٠	٠,٥٣٩٨	٠,٩٨٣٢	١	١	١	١	١
	٥١	٠,٦١٧٨	٠,٩٩٠٠	١	١	١	١	١
	٥٢	٠,٦٩١٤	٠,٩٩٤٢	١	١	١	١	١
	٥٣	٠,٧٥٧٩	٠,٩٩٦٨	١	١	١	١	١
	٥٤	٠,٨١٥٩	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٥٥	٠,٨٦٤٤	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١
	٥٦	٠,٩٠٣٣	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١
	٥٧	٠,٩٣٣٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٥٨	٠,٩٥٥٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٥٩	٠,٩٧١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٦٠	٠,٩٨٢٤	١	١	١	١	١	١
	٦١	٠,٩٨٩٥	١	١	١	١	١	١
	٦٢	٠,٩٩٤٠	١	١	١	١	١	١
	٦٣	٠,٩٩٦٧	١	١	١	١	١	١
	٦٤	٠,٩٩٨٢	١	١	١	١	١	١
	٦٥	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١	١
	٦٦	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١	١
	٦٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	٦٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

جدول ٨

توزيع بواسون

Poisson distribution

القيم تقسم على ١٠ ٠٠٠

س / م	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	١
٠	٩٠٤٨	٨١٨٧	٧٤٠٨	٦٧٠٣	٦٠٦٥	٥٤٨٨	٤٩٦٦	٤٤٩٣	٤٠٦٦	٣٦٧٩
١	٠٩٠٥	١٦٣٧	٢٢٢٢	٢٦٨١	٣٠٣٣	٣٢٩٣	٣٤٧٦	٣٥٩٥	٣٦٥٩	٣٦٧٩
٢	٠٠٤٥	٠١٦٤	٠٣٣٣	٠٥٣٦	٠٧٥٨	٠٩٨٨	١٢١٧	١٤٣٨	١٦٤٧	١٨٣٩
٣	٠٠٠٢	٠٠١١	٠٠٣٣	٠٠٧٢	٠١٢٦	٠١٩٨	٠٢٨٤	٠٣٨٣	٠٤٩٤	٠٦١٣
٤	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٧	٠٠١٦	٠٠٣٠	٠٠٥٠	٠٠٧٧	٠١١١	٠١٥٣
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠٢٠	٠٠٣١
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥
٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١

س / م	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥	١,٦	١,٧	١,٨	١,٩	٢
٠	٣٣٢٩	٣٠١٢	٢٧٢٥	٢٤٦٦	٢٢٣١	٢٠١٩	١٨٢٧	١٦٥٣	١٤٩٦	١٣٥٣
١	٣٦٦٢	٣٦١٤	٣٥٤٣	٣٤٥٢	٣٣٤٧	٣٢٣٠	٣١٠٦	٢٩٧٥	٢٨٤٢	٢٧٠٧
٢	٢٠١٤	٢١٦٩	٢٣٠٣	٢٤١٧	٢٥١٠	٢٥٨٤	٢٦٤٠	٢٦٧٨	٢٧٠٠	٢٧٠٧
٣	٠٧٣٨	٠٨٦٧	٠٩٩٨	١١٢٨	١٢٥٥	١٣٧٨	١٤٩٦	١٦٠٧	١٧١٠	١٨٠٤
٤	٠٢٠٣	٠٢٦٠	٠٣٢٤	٠٣٩٥	٠٤٧١	٠٥٥١	٠٦٣٦	٠٧٢٣	٠٨١٢	٠٩٠٢
٥	٠٠٤٥	٠٠٦٢	٠٠٨٤	٠١١١	٠١٤١	٠١٧٦	٠٢١٦	٠٢٦٠	٠٣٠٩	٠٣٦١
٦	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٨	٠٠٢٦	٠٠٣٥	٠٠٤٧	٠٠٦١	٠٠٧٨	٠٠٩٨	٠١٢٠
٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠٢٠	٠٠٢٧	٠٠٣٤
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩
٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	٢,١	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٥	٢,٦	٢,٧	٢,٨	٢,٩	٣
٠	١٢٢٥	١١٠٨	١٠٠٣	٠٩٠٧	٠٨٢١	٠٧٤٣	٠٦٧٢	٠٦٠٨	٠٥٥٠	٠٤٩٨
١	٢٥٧٢	٢٤٣٨	٢٣٠٦	٢١٧٧	٢٠٥٢	١٩٣١	١٨١٥	١٧٠٣	١٥٩٦	١٤٩٤
٢	٢٧٠٠	٢٦٨١	٢٦٥٢	٢٦١٣	٢٥٦٥	٢٥١٠	٢٤٥٠	٢٣٨٤	٢٣١٤	٢٢٤٠
٣	١٨٩٠	١٩٦٦	٢٠٣٣	٢٠٩٠	٢١٣٨	٢١٧٦	٢٢٠٥	٢٢٢٥	٢٢٣٧	٢٢٤٠
٤	٠٩٩٢	١٠٨٢	١١٦٩	١٢٥٤	١٣٣٦	١٤١٤	١٤٨٨	١٥٥٧	١٦٢٢	١٦٨٠
٥	٠٤١٧	٠٤٧٦	٠٥٣٨	٠٦٠٢	٠٦٦٨	٠٧٣٥	٠٨٠٤	٠٨٧٢	٠٩٤٠	١٠٠٨
٦	٠١٤٦	٠١٧٤	٠٢٠٦	٠٢٤١	٠٢٧٨	٠٣١٩	٠٣٦٢	٠٤٠٧	٠٤٥٥	٠٥٠٤
٧	٠٠٤٤	٠٠٥٥	٠٠٦٨	٠٠٨٣	٠٠٩٩	٠١١٨	٠١٣٩	٠١٦٢	٠١٨٨	٠٢١٦
٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠١٩	٠٠٢٥	٠٠٣١	٠٠٣٨	٠٠٤٧	٠٠٥٧	٠٠٦٨	٠٠٨١
٩	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٨	٠٠٢٢	٠٠٢٧
١٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
٠	٠٤٥٠	٠٤٠٨	٠٣٦٩	٠٣٣٤	٠٣٠٢	٠٢٧٣	٠٢٤٧	٠٢٢٤	٠٢٠٢	٠١٨٣
١	١٣٩٧	١٣٠٤	١٢١٧	١١٣٥	١٠٥٧	٠٩٨٤	٠٩١٥	٠٨٥٠	٠٧٨٩	٠٧٣٣
٢	٢١٦٥	٢٠٨٧	٢٠٠٨	١٩٢٩	١٨٥٠	١٧٧١	١٦٩٢	١٦١٥	١٥٣٩	١٤٦٥
٣	٢٢٣٧	٢٢٢٦	٢٢٠٩	٢١٨٦	٢١٥٨	٢١٢٥	٢٠٨٧	٢٠٤٦	٢٠٠١	١٩٥٤
٤	١٧٣٤	١٧٨١	١٨٢٢	١٨٥٨	١٨٨٨	١٩١٢	١٩٣١	١٩٤٤	١٩٥١	١٩٥٤
٥	١٠٧٥	١١٤٠	١٢٠٣	١٢٦٤	١٣٢٢	١٣٧٧	١٤٢٩	١٤٧٧	١٥٢٢	١٥٦٣
٦	٠٥٥٥	٠٦٠٨	٠٦٦٢	٠٧١٦	٠٧٧١	٠٨٢٦	٠٨٨١	٠٩٣٦	٠٩٨٩	١٠٤٢
٧	٠٢٤٦	٠٢٧٨	٠٣١٢	٠٣٤٨	٠٣٨٥	٠٤٢٥	٠٤٦٦	٠٥٠٨	٠٥٥١	٠٥٩٥
٨	٠٠٩٥	٠١١١	٠١٢٩	٠١٤٨	٠١٦٩	٠١٩١	٠٢١٥	٠٢٤١	٠٢٦٩	٠٢٩٨
٩	٠٠٣٣	٠٠٤٠	٠٠٤٧	٠٠٥٦	٠٠٦٦	٠٠٧٦	٠٠٨٩	٠١٠٢	٠١١٦	٠١٣٢

تابع جدول ٨

توزيع بواسـون

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
١٠	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥٣
١١	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩
١٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س/م	٤,١	٤,٢	٤,٣	٤,٤	٤,٥	٤,٦	٤,٧	٤,٨	٤,٩	٥
٠	٠١٦٦	٠١٥٠	٠١٣٦	٠١٢٣	٠١١١	٠١٠١	٠٠٩١	٠٠٨٢	٠٠٧٤	٠٠٦٧
١	٠٦٧٩	٠٦٣٠	٠٥٨٣	٠٥٤٠	٠٥٠٠	٠٤٦٢	٠٤٢٧	٠٣٩٥	٠٣٦٥	٠٣٣٧
٢	١٣٩٣	١٣٢٣	١٢٥٤	١١٨٨	١١٢٥	١٠٦٣	١٠٠٥	٠٩٤٨	٠٨٩٤	٠٨٤٢
٣	١٩٠٤	١٨٥٢	١٨٩٨	١٨٧٥	١٦٨٧	١٦٣١	١٥٧٤	١٥١٧	١٤٦٠	١٤٠٤
٤	١٩٥١	١٩٤٤	١٩٣٣	١٩١٧	١٨٩٨	١٨٧٥	١٨٤٩	١٨٢٠	١٧٨٩	١٧٥٥
٥	١٦٠٠	١٦٣٣	١٦٦٢	١٦٨٧	١٧٠٨	١٧٢٥	١٧٣٨	١٧٤٧	١٧٥٣	١٧٥٥
٦	١٠٩٣	١١٤٣	١١٩١	١٢٣٧	١٢٨١	١٣٢٣	١٣٦٢	١٣٩٨	١٤٣٢	١٤٦٢
٧	٠٦٤٠	٠٦٨٦	٠٧٣٢	٠٧٧٨	٠٨٢٤	٠٨٦٩	٠٩١٤	٠٩٥٩	١٠٠٢	١٠٤٤
٨	٠٣٢٨	٠٣٦٠	٠٣٩٣	٠٤٢٨	٠٤٦٣	٠٥٠٠	٠٥٣٧	٠٥٧٥	٠٦١٤	٠٦٥٣
٩	٠١٥٠	٠١٦٨	٠١٨٨	٠٢٠٩	٠٢٣٢	٠٢٥٥	٠٢٨٠	٠٣٠٧	٠٣٣٤	٠٣٦٣
١٠	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨١	٠٠٩٢	٠١٠٤	٠١١٨	٠١٣٢	٠١٤٧	٠١٦٤	٠١٨١
١١	٠٠٢٣	٠٠٢٧	٠٠٣٢	٠٠٣٧	٠٠٤٣	٠٠٤٩	٠٠٥٦	٠٠٦٤	٠٠٧٣	٠٠٨٢
١٢	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٢	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٤
١٣	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣
١٤	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥
١٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س م	٥,١	٥,٢	٥,٣	٥,٤	٥,٥	٥,٦	٥,٧	٥,٨	٥,٩	٦
٠	٠٠٦١	٠٠٥٥	٠٠٥٠	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٧	٠٠٣٣	٠٠٣٠	٠٠٢٧	٠٠٢٥
١	٠٣١١	٠٢٨٧	٠٢٦٥	٠٢٤٤	٠٢٢٥	٠٢٠٧	٠١٩١	٠١٧٦	٠١٦٢	٠١٤٩
٢	٠٧٩٣	٠٧٤٦	٠٧٠١	٠٦٥٩	٠٦١٨	٠٥٨٠	٠٥٤٤	٠٥٠٩	٠٤٧٧	٠٤٤٦
٣	١٣٤٨	١٢٩٣	١٢٣٩	١١٨٥	١١٣٣	١٠٨٢	١٠٣٣	٠٩٨٥	٠٩٣٨	٠٨٩٢
٤	١٧١٩	١٦٨١	١٦٤١	١٦٠٠	١٥٥٨	١٥١٥	١٤٧٢	١٤٢٨	١٣٨٣	١٣٣٩
٥	١٧٥٣	١٧٤٨	١٧٤٠	١٧٢٨	١٧١٤	١٦٩٧	١٦٧٨	١٦٥٦	١٦٣٢	١٦٠٦
٦	١٤٩٠	١٥١٥	١٥٣٧	١٥٥٥	١٥٧١	١٥٨٤	١٥٩٤	١٦٠١	١٦٠٥	١٦٠٦
٧	١٠٨٦	١١٢٥	١١٦٣	١٢٠٠	١٢٣٤	١٢٦٧	١٢٩٨	١٣٢٦	١٣٥٣	١٣٧٧
٨	٠٦٩٢	٠٧٣١	٠٧٧١	٠٨١٠	٠٨٤٩	٠٨٨٧	٠٩٢٥	٠٩٦٢	٠٩٩٨	١٠٣٣
٩	٠٣٩٢	٠٤٢٣	٠٤٥٤	٠٤٨٦	٠٥١٩	٠٥٥٢	٠٥٨٦	٠٦٢٠	٠٦٥٤	٠٦٨٨
١٠	٠٢٠٠	٠٢٢٠	٠٢٤١	٠٢٦٢	٠٢٨٥	٠٣٠٩	٠٣٣٤	٠٣٥٩	٠٣٨٦	٠٤١٣
١١	٠٠٩٣	٠١٠٤	٠١١٦	٠١٢٩	٠١٤٣	٠١٥٧	٠١٧٣	٠١٩٠	٠٢٠٧	٠٢٢٥
١٢	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥١	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨٢	٠٠٩٢	٠١٠٢	٠١١٣
١٣	٠٠١٥	٠٠١٨	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٨	٠٠٣٢	٠٠٣٦	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢
١٤	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢٢
١٥	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٦	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣
س م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٠	٠٠٢٢	٠٠٢٠	٠٠١٨	٠٠١٧	٠٠١٥	٠٠١٤	٠٠١٢	٠٠١١	٠٠١٠	٠٠٠٩
١	٠١٣٧	٠١٢٦	٠١١٦	٠١٠٦	٠٠٩٨	٠٠٩٠	٠٠٨٢	٠٠٧٦	٠٠٧٠	٠٠٦٤
٢	٠٤١٧	٠٣٩٠	٠٣٦٤	٠٣٤٠	٠٣١٨	٠٢٩٦	٠٢٧٦	٠٢٥٨	٠٢٤٠	٠٢٢٣
٣	٠٨٤٨	٠٨٠٦	٠٧٦٥	٠٧٢٦	٠٦٨٨	٠٦٥٢	٠٦١٧	٠٥٨٤	٠٥٥٢	٠٥٢١

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٤	١٢٩٤	١٢٤٩	١٢٠٥	١١٦٢	١١١٨	١٠٧٦	١٠٣٤	٠٩٩٢	٠٩٥٢	٠٩١٢
٥	١٥٧٩	١٥٤٩	١٥١٩	١٤٨٧	١٤٥٤	١٤٢٠	١٣٨٥	١٣٤٩	١٣١٤	١٢٧٧
٦	١٦٠٥	١٦٠١	١٥٩٥	١٥٨٦	١٥٧٥	١٥٦٢	١٥٤٦	١٥٢٩	١٥١١	١٤٩٠
٧	١٣٩٩	١٤١٨	١٤٣٥	١٤٥٠	١٤٦٢	١٤٧٢	١٤٨٠	١٤٨٦	١٤٨٩	١٤٩٠
٨	١٠٦٦	١٠٩٩	١١٣٠	١١٦٠	١١٨٨	١٢١٥	١٢٤٠	١٢٦٣	١٢٨٤	١٣٠٤
٩	٠٧٢٣	٠٧٥٧	٠٧٩١	٠٨٢٥	٠٨٥٨	٠٨٩١	٠٩٢٣	٠٩٥٤	٠٩٨٥	١٠١٤
١٠	٠٤٤١	٠٤٦٩	٠٤٩٨	٠٥٢٨	٠٥٥٨	٠٥٨٨	٠٦١٨	٠٦٤٩	٠٦٧٩	٠٧١٠
١١	٠٢٤٥	٠٢٦٥	٠٢٨٥	٠٣٠٧	٠٣٣٠	٠٣٥٣	٠٣٧٧	٠٤٠١	٠٤٢٦	٠٤٥٢
١٢	٠١٢٤	٠١٣٧	٠١٥٠	٠١٦٤	٠١٧٩	٠١٩٤	٠٢١٠	٠٢٢٧	٠٢٤٥	٠٢٦٤
١٣	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨١	٠٠٨٩	٠٠٩٨	٠١٠٨	٠١١٩	٠١٣٠	٠١٤٢
١٤	٠٠٢٥	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢	٠٠٥٨	٠٠٦٤	٠٠٧١
١٥	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٨	٠٠٢٠	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣
١٦	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٤
١٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٨	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢
س/م	**٧,١**	**٧,٢**	**٧,٣**	**٧,٤**	**٧,٥**	**٧,٦**	**٧,٧**	**٧,٨**	**٧,٩**	**٨**
٠	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٣
١	٠٠٥٩	٠٠٥٤	٠٠٤٩	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٨	٠٠٣٥	٠٠٣٢	٠٠٢٩	٠٠٢٧
٢	٠٢٠٨	٠١٩٤	٠١٨٠	٠١٦٧	٠١٥٦	٠١٤٥	٠١٣٤	٠١٢٥	٠١١٦	٠١٠٧
٣	٠٤٩٢	٠٤٦٤	٠٤٣٨	٠٤١٣	٠٣٨٩	٠٣٦٦	٠٣٤٥	٠٣٢٤	٠٣٠٥	٠٢٨٦
٤	٠٨٧٤	٠٨٣٦	٠٧٩٩	٠٧٦٤	٠٧٢٩	٠٦٩٦	٠٦٦٣	٠٦٣٢	٠٦٠٢	٠٥٧٣
٥	١٢٤١	١٢٠٤	١١٦٧	١١٣٠	١٠٩٤	١٠٥٧	١٠٢١	٠٩٨٦	٠٩٥١	٠٩١٦

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

سم	٧,١	٧,٢	٧,٣	٧,٤	٧,٥	٧,٦	٧,٧	٧,٨	٧,٩	٨
٦	١٤٦٨	١٤٤٥	١٤٢٠	١٣٩٤	١٣٦٧	١٣٣٩	١٣١١	١٢٨٢	١٢٥٢	١٢٢١
٧	١٤٨٩	١٤٨٦	١٤٨١	١٤٧٤	١٤٦٥	١٤٥٤	١٤٤٢	١٤٢٨	١٤١٣	١٣٩٦
٨	١٣٢١	١٣٣٧	١٣٥١	١٣٦٣	١٣٧٣	١٣٨٢	١٣٨٨	١٣٩٢	١٣٩٥	١٣٩٦
٩	١٠٤٢	١٠٧٠	١٠٩٦	١١٢١	١١٤٤	١١٦٧	١١٨٧	١٢٠٧	١٢٢٤	١٢٤١
١٠	٠٧٤٠	٠٧٧٠	٠٨٠٠	٠٨٢٩	٠٨٥٨	٠٨٨٧	٠٩١٤	٠٩٤١	٠٩٦٧	٠٩٩٣
١١	٠٤٧٨	٠٥٠٤	٠٥٣١	٠٥٥٨	٠٥٨٥	٠٦١٣	٠٦٤٠	٠٦٦٧	٠٦٩٥	٠٧٢٢
١٢	٠٢٨٣	٠٣٠٣	٠٣٢٣	٠٣٤٤	٠٣٦٦	٠٣٨٨	٠٤١١	٠٤٣٤	٠٤٥٧	٠٤٨١
١٣	٠١٥٤	٠١٦٨	٠١٨١	٠١٩٦	٠٢١١	٠٢٢٧	٠٢٤٣	٠٢٦٠	٠٢٧٨	٠٢٩٦
١٤	٠٠٧٨	٠٠٨٦	٠٠٩٥	٠١٠٤	٠١١٣	٠١٢٣	٠١٣٤	٠١٤٥	٠١٥٧	٠١٦٩
١٥	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٧	٠٠٦٢	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨٣	٠٠٩٠
١٦	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٥
١٧	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١
١٨	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٩	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤
٢٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢
سم	**٨,١**	**٨,٢**	**٨,٣**	**٨,٤**	**٨,٥**	**٨,٦**	**٨,٧**	**٨,٨**	**٨,٩**	**٩**
٠	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
١	٠٠٢٥	٠٠٢٣	٠٠٢١	٠٠١٩	٠٠١٧	٠٠١٦	٠٠١٤	٠٠١٣	٠٠١٢	٠٠١١
٢	٠١٠٠	٠٠٩٢	٠٠٨٦	٠٠٧٩	٠٠٧٤	٠٠٦٨	٠٠٦٣	٠٠٥٨	٠٠٥٤	٠٠٥٠
٣	٠٢٦٩	٠٢٥٢	٠٢٣٧	٠٢٢٢	٠٢٠٨	٠١٩٥	٠١٨٣	٠١٧١	٠١٦٠	٠١٥٠
٤	٠٥٤٤	٠٥١٧	٠٤٩١	٠٤٦٦	٠٤٤٣	٠٤٢٠	٠٣٩٨	٠٣٧٧	٠٣٥٧	٠٣٣٧
٥	٠٨٨٢	٠٨٤٩	٠٨١٦	٠٧٨٤	٠٧٥٢	٠٧٢٢	٠٦٩٢	٠٦٦٣	٠٦٣٥	٠٦٠٧

تابع جدول ٨

توزيع بواسون

س/م	٨,١	٨,٢	٨,٣	٨,٤	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٩
٦	١١٩١	١١٦٠	١١٢٨	١٠٩٧	١٠٦٦	١٠٣٤	١٠٠٣	٠٩٧٢	٠٩٤١	٠٩١١
٧	١٣٧٨	١٣٥٨	١٣٣٨	١٣١٧	١٢٩٤	١٢٧١	١٢٤٧	١٢٢٢	١١٩٧	١١٧١
٨	١٣٩٥	١٣٩٢	١٣٨٨	١٣٨٢	١٣٧٥	١٣٦٦	١٣٥٦	١٣٤٤	١٣٣٢	١٣١٨
٩	١٢٥٦	١٢٦٩	١٢٨٠	١٢٩٠	١٢٩٩	١٣٠٦	١٣١١	١٣١٥	١٣١٧	١٣١٨
١٠	١٠١٧	١٠٤٠	١٠٦٣	١٠٨٤	١١٠٤	١١٢٣	١١٤٠	١١٥٧	١١٧٢	١١٨٦
١١	٠٧٤٩	٠٧٧٦	٠٨٠٢	٠٨٢٨	٠٨٥٣	٠٨٧٨	٠٩٠٢	٠٩٢٥	٠٩٤٨	٠٩٧٠
١٢	٠٥٠٥	٠٥٣٠	٠٥٥٥	٠٥٧٩	٠٦٠٤	٠٦٢٩	٠٦٥٤	٠٦٧٩	٠٧٠٣	٠٧٢٨
١٣	٠٣١٥	٠٣٣٤	٠٣٥٤	٠٣٧٤	٠٣٩٥	٠٤١٦	٠٤٣٨	٠٤٥٩	٠٤٨١	٠٥٠٤
١٤	٠١٨٢	٠١٩٦	٠٢١٠	٠٢٢٥	٠٢٤٠	٠٢٥٦	٠٢٧٢	٠٢٨٩	٠٣٠٦	٠٣٢٤
١٥	٠٠٩٨	٠١٠٧	٠١١٦	٠١٢٦	٠١٣٦	٠١٤٧	٠١٥٨	٠١٦٩	٠١٨٢	٠١٩٤
١٦	٠٠٥٠	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٦	٠٠٧٢	٠٠٧٩	٠٠٨٦	٠٠٩٣	٠١٠١	٠١٠٩
١٧	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٦	٠٠٤٠	٠٠٤٤	٠٠٤٨	٠٠٥٣	٠٠٥٨
١٨	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩
١٩	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤
٢٠	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦

س/م	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٤	٩,٥	٩,٦	٩,٧	٩,٨	٩,٩	١٠
٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠
١	٠٠١٠	٠٠٠٩	٠٠٠٩	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٥
٢	٠٠٤٦	٠٠٤٣	٠٠٤٠	٠٠٣٧	٠٠٣٤	٠٠٣١	٠٠٢٩	٠٠٢٧	٠٠٢٥	٠٠٢٣
٣	٠١٤٠	٠١٣١	٠١٢٣	٠١١٥	٠١٠٧	٠١٠٠	٠٠٩٣	٠٠٨٧	٠٠٨١	٠٠٧٦
٤	٠٣١٩	٠٣٠٢	٠٢٨٥	٠٢٦٩	٠٢٥٤	٠٢٤٠	٠٢٢٦	٠٢١٣	٠٢٠١	٠١٨٩
٥	٠٥٨١	٠٥٥٥	٠٥٣٠	٠٥٠٦	٠٤٨٣	٠٤٦٠	٠٤٣٩	٠٤١٨	٠٣٩٨	٠٣٧٨

تابع جدول ٨

توزيع بواسون

س/م	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٤	٩,٥	٩,٦	٩,٧	٩,٨	٩,٩	١٠
٦	٠٨٨١	٠٨٥١	٠٨٢٢	٠٧٩٣	٠٧٦٤	٠٧٣٦	٠٧٠٩	٠٦٨٢	٠٦٥٦	٠٦٣١
٧	١١٤٥	١١١٨	١٠٩١	١٠٦٤	١٠٣٧	١٠١٠	٠٩٨٢	٠٩٥٥	٠٩٢٨	٠٩٠١
٨	١٣٠٢	١٢٨٦	١٢٦٩	١٢٥١	١٢٣٢	١٢١٢	١١٩١	١١٧٠	١١٤٨	١١٢٦
٩	١٣١٧	١٣١٥	١٣١١	١٣٠٦	١٣٠٠	١٢٩٣	١٢٨٤	١٢٧٤	١٢٦٣	١٢٥١
١٠	١١٩٨	١٢١٠	١٢١٩	١٢٢٨	١٢٣٥	١٢٤١	١٢٤٥	١٢٤٩	١٢٥٠	١٢٥١
١١	٠٩٩١	١٠١٢	١٠٣١	١٠٤٩	١٠٦٧	١٠٨٣	١٠٩٨	١١١٢	١١٢٥	١١٣٧
١٢	٠٧٥٢	٠٧٧٦	٠٧٩٩	٠٨٢٢	٠٨٤٤	٠٨٦٦	٠٨٨٨	٠٩٠٨	٠٩٢٨	٠٩٤٨
١٣	٠٥٢٦	٠٥٤٩	٠٥٧٢	٠٥٩٤	٠٦١٧	٠٦٤٠	٠٦٦٢	٠٦٨٥	٠٧٠٧	٠٧٢٩
١٤	٠٣٤٢	٠٣٦١	٠٣٨٠	٠٣٩٩	٠٤١٩	٠٤٣٩	٠٤٥٩	٠٤٧٩	٠٥٠٠	٠٥٢١
١٥	٠٢٠٨	٠٢٢١	٠٢٣٥	٠٢٥٠	٠٢٦٥	٠٢٨١	٠٢٩٧	٠٣١٣	٠٣٣٠	٠٣٤٧
١٦	٠١١٨	٠١٢٧	٠١٣٧	٠١٤٧	٠١٥٧	٠١٦٨	٠١٨٠	٠١٩٢	٠٢٠٤	٠٢١٧
١٧	٠٠٦٣	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨١	٠٠٨٨	٠٠٩٥	٠١٠٣	٠١١١	٠١١٩	٠١٢٨
١٨	٠٠٣٢	٠٠٣٥	٠٠٣٩	٠٠٤٢	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٥	٠٠٧١
١٩	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٨	٠٠٣١	٠٠٣٤	٠٠٣٧
٢٠	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩
٢١	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
٢٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤
٢٣	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
١	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٢	٠٠١٠	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠

تابع جدول ٨

توزيع بواسـون

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٣	٠٠٣٧	٠٠١٨	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٤	٠١٠٢	٠٠٥٣	٠٠٢٧	٠٠١٣	٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٥	٠٢٢٤	٠١٢٧	٠٠٧٠	٠٠٣٧	٠٠١٩	٠٠١٠	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
٦	٠٤١١	٠٢٥٥	٠١٢٥	٠٠٨٧	٠٠٤٨	٠٠٢٦	٠٠١٤	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢
٧	٠٦٤٦	٠٤٣٧	٠٢٨١	٠١٧٤	٠١٠٤	٠٠٦٠	٠٠٣٤	٠٠١٨	٠٠١٠	٠٠٠٥
٨	٠٨٨٨	٠٦٥٥	٠٤٥٧	٠٣٠٤	٠١٩٤	٠١٢٠	٠٠٧٢	٠٠٤٢	٠٠٢٤	٠٠١٣
٩	١٠٨٥	٠٨٧٤	٠٦٦١	٠٤٧٣	٠٣٢٤	٠٢١٣	٠١٣٥	٠٠٨٣	٠٠٥٠	٠٠٢٩
١٠	١١٩٤	١٠٤٨	٠٨٥٩	٠٦٦٣	٠٤٨٦	٠٣٤١	٠٢٣٠	٠١٥٠	٠٠٩٥	٠٠٥٨
١١	١١٩٤	١١٤٤	١٠١٥	٠٨٤٤	٠٦٦٣	٠٤٩٦	٠٣٥٥	٠٢٤٥	٠١٦٤	٠١٠٦
١٢	١٠٩٤	١١٤٤	١٠٩٩	٠٩٨٤	٠٨٢٩	٠٦٦١	٠٥٠٤	٠٣٦٨	٠٢٥٩	٠١٧٦
١٣	٠٩٢٦	١٠٥٦	١٠٩٩	١٠٦٠	٠٩٥٦	٠٨١٤	٠٦٥٨	٠٥٠٩	٠٣٧٨	٠٢٧١
١٤	٠٧٢٨	٠٩٠٥	١٠٢١	١٠٦٠	١٠٢٤	٠٩٣٠	٠٨٠٠	٠٦٥٥	٠٥١٤	٠٣٨٧
١٥	٠٥٣٤	٠٧٢٤	٠٨٨٥	٠٩٨٩	١٠٢٤	٠٩٩٢	٠٩٠٦	٠٧٨٦	٠٦٥٠	٠٥١٦
١٦	٠٣٦٧	٠٥٤٣	٠٧١٩	٠٨٦٦	٠٩٦٠	٠٩٩٢	٠٩٦٣	٠٨٨٤	٠٧٧٢	٠٦٤٦
١٧	٠٢٣٧	٠٣٨٣	٠٥٥٠	٠٧١٣	٠٨٤٧	٠٩٣٤	٠٩٦٣	٠٩٣٦	٠٨٦٣	٠٧٦٠
١٨	٠١٤٥	٠٢٥٦	٠٣٩٧	٠٥٥٤	٠٧٠٦	٠٨٣٠	٠٩٠٩	٠٩٣٦	٠٩١١	٠٨٤٤
١٩	٠٠٨٤	٠١٦١	٠٢٧٢	٠٤٠٩	٠٥٥٧	٠٦٩٩	٠٨١٤	٠٨٨٧	٠٩١١	٠٨٨٨
٢٠	٠٠٤٦	٠٠٩٧	٠١٧٧	٠٢٨٦	٠٤١٨	٠٥٥٩	٠٦٩٢	٠٧٩٨	٠٨٦٦	٠٨٨٨
٢١	٠٠٢٤	٠٠٥٥	٠١٠٩	٠١٩١	٠٢٩٩	٠٤٢٦	٠٥٦٠	٠٦٨٤	٠٧٨٣	٠٨٤٦
٢٢	٠٠١٢	٠٠٣٠	٠٠٦٥	٠١٢١	٠٢٠٤	٠٣١٠	٠٤٣٣	٠٥٦٠	٠٦٧٦	٠٧٦٩
٢٣	٠٠٠٦	٠٠١٦	٠٠٣٧	٠٠٧٤	٠١٣٣	٠٢١٦	٠٣٢٠	٠٤٣٨	٠٥٥٩	٠٦٦٩
٢٤	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠٢٠	٠٠٤٣	٠٠٨٣	٠١٤٤	٠٢٢٦	٠٣٢٨	٠٤٤٢	٠٥٥٧
٢٥	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٠	٠٠٢٤	٠٠٥٠	٠٠٩٢	٠١٥٤	٠٢٣٧	٠٣٣٦	٠٤٤٦